Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών

ΜΑΘΗΜΑ: Εργαστήριο Ναυτικής Μηχανολογίας Ι

8ο εξάμηνο

Κωδικός Μαθήματος: 8.3.61.8

Εργαστήριο Ναυτικής Μηχανολογίας Ι
Κωδικός Μαθήματος 8.3.61.8
ΕΙ-1: «Μέτρηση φυσικών μεγεθών, Μέτρηση Θερμοκρασίας, Πίεσης, Ροής»

Dr.-Ing. Νικόλαος Θ. Αλεξανδράκης

8 Μαΐου 2012

Περιεχόμενα

Κατάλογος Σχημάτων

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

΄. . . Συχνά λέω, ότι αν μπορείς να μετρήσης αυτό για το οποίο ομιλείς και να το εκφράσης με αριθμούς, τότε κάτι γνωρίζεις γι΄ αυτό. Όμως, αν δεν μπορείς να το μετρήσης, αν δεν μπορείς να το περιγράψης με αριθμούς, η γνώση σου γι΄ αυτό είναι πτωχή και ελλειπής . . . ΄

Lord Kelvin(1824-1907; William Thomson)

Από διάλεξη στο ΄ Ίδρυμα των πολιτικών μηχανικών της Αγγλίας ΄

3 Μαϊου 1883

1.1 Γενικές μεθοδολογικές παρατηρήσεις

Προϋπόθεση για την μέτρηση ενός φυσικού μεγέθους είναι:

1. η ένταξή του σε μια κατηγορία μεγεθών, τα οποία να δύνανται να συντεθούν από τα φυσικά μεγέθη του διεθνούς συστήματος μέτρων και σταθμών [1]. Συχνά διακρίνουμε διαφορετικές έννοιες για τα φυσικά μεγέθη με το χαρακτηριστικό της **έντασης** ή της **έκτασης**. Για παράδειγμα η θερμοκρασία και η πίεση εντάσσονται στην κατηγορία των θερμοδυναμικών μεγεθών με το χαρακτηριστικό εντατικού μεγέθους , ο όγκος και η εντροπία με το χαρακτηριστικό του ποσοτικού μεγέθους. **΄Ενταση** και **΄Εκταση** είναι συνειδητές έννοιες που αντλούνται από την εμπειρία, δηλαδή είναι αποτέλεσμα συνείδησης μέσω των ανθρώπινων αισθήσεων.

2. η γνώση της αλληλεπίδρασής του με το φυσικό περιβάλλον στο οποίο περιγράφεται, δηλαδή το υποσύνολο εκείνων των θεμελιωδών φυσικών φαινομένων και διεργασιών που το ορίζουν, ώστε αυτά να αποτελέσουν πειραματικό και θεωρητικό μέσο για να αποδωθεί

στο μέγεθος **μέτρο** ή αλλοιώς **αριθμητική αναλογία**.

3. η αριθμητική αντιστοιχία του με τα βασικά μεγέθη του θεμελιώδους διεθνούς συστήματος μέτρων και σταθμών SI (System International)[1], που είναι:

   (α') Η απόσταση σε μέτρα m

   (1 μέτρο m είναι το μήκος του ίχνους που διανύει το φώς στο κενό εντός χρονικού διαστήματος $\frac{1}{299.792.458}$ του δευτερολέπτου)

   (β') Η μάζα σε χιλιόγραμμα kg

   (1 χιλιόγραμμο kg είναι η μονάδα μάζας· είναι ίση με το διεθνές πρότυπο μάζας που διατηρείται στο Παρίσι στο Διεθνές Γραφείο Μέτρων και Σταθμών "Bureau International des Poids et Mesures")

   (γ') Ο χρόνος σε δευτερόλεπτα s

   (1 δευτερόλεπτο s είναι το 9.192.631.777-πλάσιο της περιόδου της ακτινοβολίας κατά την μετάβαση μεταξύ δύο ενεργειακών καταστάσεων της βασικής κατάστασης του ισοτόπου του καισίου ^{133}Cs)

   (δ') Η ηλεκτρική ένταση σε Ampere A

   (Το Ampere A είναι το σταθερό ρεύμα, το οποίο προκαλεί δύναμη ίση με $2{\cdot}10^{-7}$ N ανά τρέχον μέτρο παραλλήλων αγωγών αμελητέα μικρής κυκλικής διατομής, οι οποίοι ευρίσκονται σε απόσταση 1 μέτρου στο κενό.)

   (ε') Η θερμοδυναμική θερμοκρασία σε βαθμούς Kelvin K

   (Η μονάδα θερμοδυναμικής θερμοκρασίας Kelvin K είναι το $\frac{1}{273.16}$ κλάσμα της θερμοδυναμικής θερμοκρασίας του τριπλού σημείου του νερού.)

   (ϝ') Η ποσότητα ύλης σε Mol mol

   (Το μοριακό βάρος M είναι η ποσότητα ύλης συστήματος, το οποίο περιέχει ίσο πλήθος μονάδων με το πλήθος ατόμων που περιέχουν 0.012 kg άνθρακα ^{12}C. Οι μονάδες αυτές μπορεί να είναι άτομα, μόρια, ιόντα, ηλεκτρόνια ή άλλα σωματίδια ή ομάδες σωματιδίων.)

   (ζ') Η ένταση φωτός σε Candela cd

   (Το Candela cd είναι η φωτεινή ένταση, σε μία κατεύθυνση, μίας πηγής μονοχρωματικού φωτός συχνότητας $540{\cdot}10^{12}Hz$ και έχει ένταση ακτινοβολίας $\frac{1}{683}W$ ανά st (st:steradiant).)

Αφετηρία για την διεξαγωγή μιάς μέτρησης είναι η κατάταξη του μεγέθους προς μέτρηση σε ένα τυπικό σύστημα φυσικών διεργασιών, π.χ, της θερμοδυναμικής, της ηλεκτροδυναμικής, της μηχανικής κλπ. Τυπικό σύστημα εννοούμε ένα σύνολο κανόνων, σχέσεων των μεγεθών που

περιγράφουν τις ιδιότητές του. Στο τυπικό σύστημα αυτό πρέπει να περιγράφονται οι αλληλεπιδράσεις του μεγέθους με όλα τα άλλα μεγέθη του συστήματος. Ένα παράδειγμα: Επιλέγουμε το τυπικό σύστημα της θερμοδυναμικής και αποφασίζουμε να αποδώσουμε αριθμητικό μέτρο στην ενέργεια U ενός αερίου. Θα χρειαστεί αρχικά να γνωρίζουμε τις αλληλεπιδράσεις - εξαρτήσεις της ενέργειας U με τα συζυγή μεγέθη του συστήματος:

- **Πίεση p-Όγκος V**
- **Θερμοκρασία T-Εντροπία S**
- **Χημικό δυναμικό μ-Μοριακό πλήθος N**

Επιλέγουμε για να περιγράψουμε τις αλληλεπιδράσεις των εμπλεκομένων φυσικών μεγεθών σε αυτήν την μέτρηση τα ζεύγη: «πίεση p και όγκος V», «Θερμοκρασία T-Εντροπία S», ως τα πιό άμεσα προσβάσιμα στην αντίληψή μας. Η πίεση p και η θερμοκρασία T αποτελούν εντατικές ποιότητες, περιγράφουν δηλαδή ένταση, και ο όγκος V και η εντοπία S ποσότητα (έκταση). Τα γινόμενά τους pV και TS περιγράφουν ενέργεια. Θα μπορούσαμε να επιλέξουμε για την περιγραφή της ενέργειας την μοριακή μάζα m και την μέση ταχύτητα $\langle v^2 \rangle$ των μορίων του αερίου (οι αγκύλες $< \ldots >$ δηλώνουν, ότι πρόκειται για το μέσον του μεγέθους), το γινόμενο των οποίων $\langle \frac{1}{2} m\ v^2 \rangle$ περιγράφει και αυτό ενέργεια. Τα μεγέθη όμως αυτά δεν είναι αμέσως προσβάσιμα για άμεση μέτρηση και διαφεύγουν της άμεσης αντίληψης.

Επιστέφουμε στο ζεύγος «πίεση p και όγκος V». Η μέτρηση της πίεσης μπορεί να διεξαχθεί εμμέσως αναζητώντας το καταλληλότερο φυσικό φαινόμενο που θα διευκολύνει την σύγκρισή της με την ατμοσφαιρική αποδίδοντάς της έναν αριθμό και μία μονάδα, για παράδειγμα ύψος στήλης ύδατος ή υδραργύρου σε μέτρα για τον αριθμό και υπολογίζοντας το βάρος της στήλης αποδίδουμε στην πίεση την μονάδα της δύναμης ανηγμένης στην επιφάνεια. Στο ζεύγος «Θερμοκρασία T-Εντροπία S» το εντατικό μέγεθος, η θερμοκρασία T, αποτελεί πράγμα που αντιλαμβανόμαστε ευκολώτερα, ενώ η εντροπία S ολιγώτερο. Το τέχνασμα που χρησιμοποιούμε στην θεωρία (όταν αυτό είναι δυνατό) για να παρακάμψουμε τον προσδιορισμό μη άμεσα προσβάσιμων μεγεθών είναι, όπως θα δούμε παρακάτω, η παρατήρηση στο σύστημά μας **καταστατικών διαφορών** στην ενέργεια κρατώντας σταθερή την εντροπία (ισεντροπικές καταστατικές μεταβολές ή αλλοιώς αδιαβατικά συστήματα, πράγμα που είναι το ίδιο).

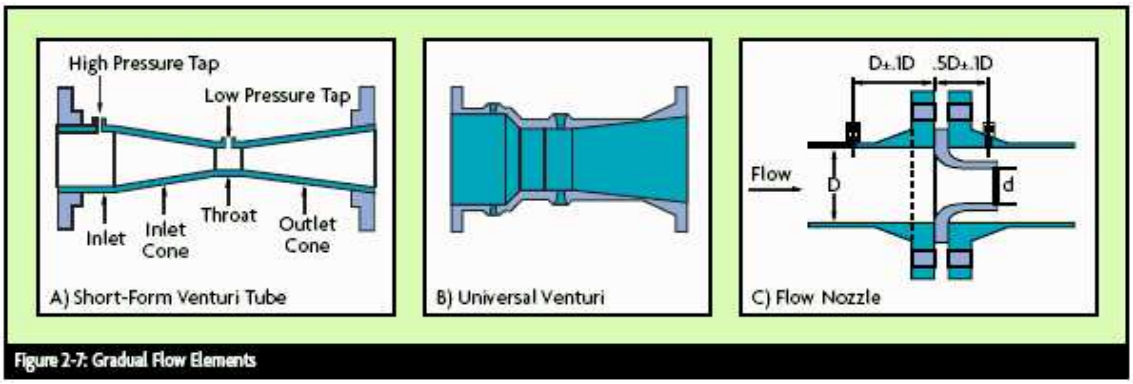
Τα παραπάνω είναι στοιχειώδεις συλλογισμοί αναγκαίοι για την τελική απόφαση που θα λάβουμε για να οδηγηθούμε στην χρήση μιάς επαληθευμένης πειραματικά θεωρίας για να μετρήσουμε μεγέθη που θα αποδώσουν αριθμητικό αποτέλεσμα για την ενέργεια ενός αερίου U. Εφαρμόζουμε έτσι τα λογικά βήματά της με στόχο την μέτρησή μας και καταλήγουμε

στις αναλογίες του πρακτικά μη προσβάσιμου μεγέθους (της ενέργειας του αερίου) με άλλα πρακτικά προσβάσιμα (π.χ. πίεσης και όγκου, θερμοκρασίας και εντροπίας), όπως θα δούμε αργότερα στο κεφάλαιο 2.

Στη συνέχεια θα καταστρώσουμε τα βήματα μιάς μεθόδου που θα μας οδηγήσουν στην έμμεση μέτρηση της ροής ατμοσφαιρικού αέρα μέσω της μέτρησης πίεσης και θερμοκρασίας παρατηρώντας την ισεντροπική μεταβολή της κατάστασης του μέσου μέσα σε έναν σταθερό όγκο εξάγοντας το τελικό αριθμητικό αποτέλεσμα από ενεργειακές παρατηρήσεις. Από τα μεγέθη «πίεση» και «θερμοκρασία» μπορούμε τελικά να υπολογίσουμε την ενέργεια. Η επιλογή της μεθόδου είναι αποτέλεσμα της προηγούμενης θεωρητικής ανάλυσης του προβλήματος που περιγράφεται στο κεφάλαιο 7.

1.2 Επιλογή μεθόδου για την μέτρηση ροής αερίου

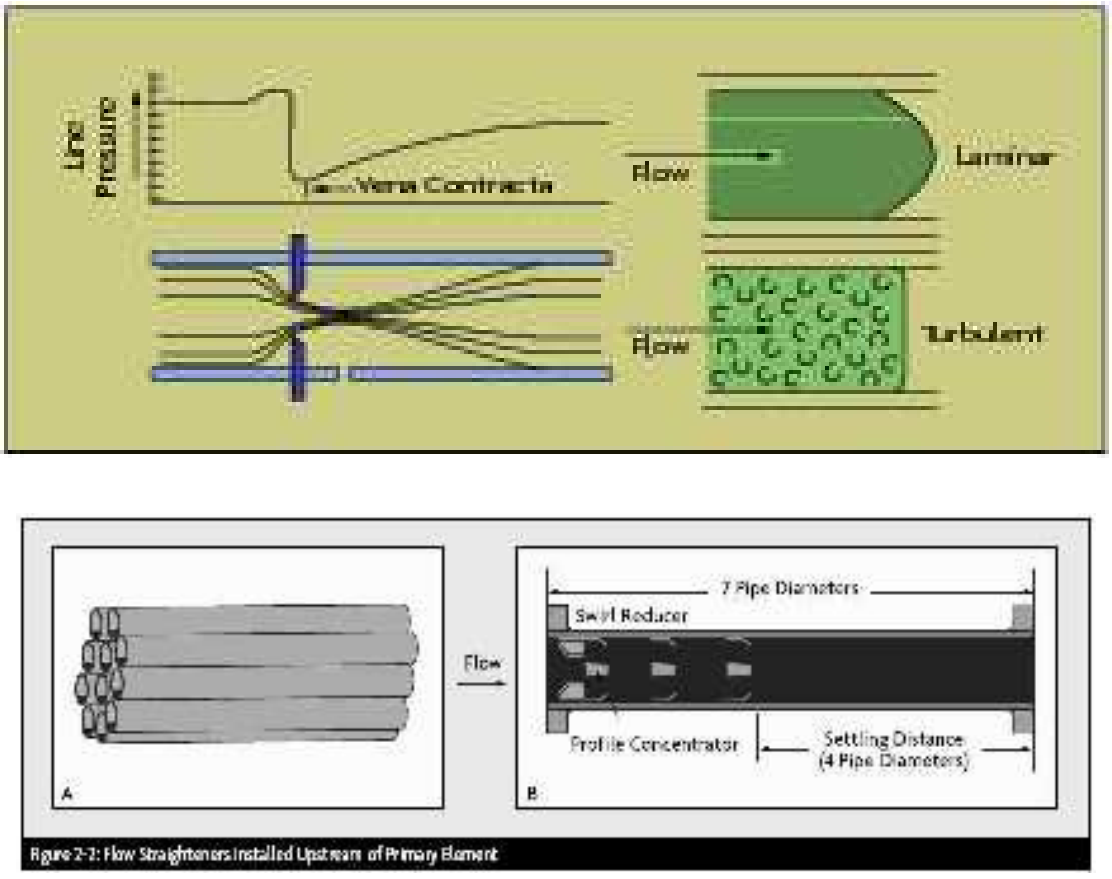
Η επιλογή της μεθόδου μέτρησης έπεται της θεωρητικής ανάλυσης του μετρητικού συστήματος και του ορισμού των μεγεθών προς μέτρηση. Μία από τις πιό διαδεδομένες και σχετικά απλές από πλευράς εξοπλισμού και εγκατάστασης μεθόδους μέτρησης ροής κάνει χρήση ενός διαφράγματος που είναι εγκατεστημένο στον σωλήνα ροής του αέρα. Τρία αντιπροσωπευτικά είδη διαφραγμάτων φαίνονται στο σχήμα 1.1. Ο τύπος διαφράγματος C είναι εγκατεστημένος στον αγωγό παροχής ατμοσφαιρικού αέρα του ΕΝΜ και περιγράφεται γεωμετρικά και θεωρητικά στο πρότυπο ISO 5167 [2], [4].



Σχήμα 1.1: Διάφορα είδη διαφραγμάτων ροομέτρων

Η πτώση πίεσης που προκαλείται από το διάφραγμα είναι για τυρβώδη ροή και για την

περιοχή ταχυτήτων που συναντάμε στην παροχή ατμοσφαιρικού αέρα των κινητήρων του ΕΝΜ ανάλογη με το τετράγωνο της ροής μάζας. Η συντήρηση τυρβώδους ροής σε μία ορισμένη απόσταση πριν το διάφραγμα είναι απαραίτητη για την δημιουργία κατά προσέγγιση ομοιόμορφου προφίλ πεδίου ταχύτητας κατά την διεύθυνση της ακτίνας του σωλήνα και για το σκοπό αυτό παρεμβάλλονται κατάλληλα κατασκευασμένα κυλινδρικά στοιχεία, η μορφή των οποίων προτείνεται ανάλογα με το είδος του μέσου στα αντίστοιχα πρότυπα (βλ. κάτω σχήμα 1.2). Αυτά τοποθετούνται σε απόσταση $7D$ από το διάφραγμα δημιουργώντας συνθήκες όπου υπερισχύουν δραστικά οι δυνάμεις αδρανείας των μεταφερομένων στρωμάτων του αέρα έναντι των συνεκτικών με αριθμούς Reynolds $Re > 2{\cdot}10^4$ (βλ. άνω σχήμα 1.2).



Σχήμα 1.2: Άνω: Στρωτή και τυρβώδης ροή στον σωλήνα - Κάτω: Διάταξη σωλήνος ροομέτρου με στοιχεία εξομάλυνσης του προφίλ της ροής

Στο κεφάλαιο 7 αναλύεται το σύστημα μέτρησης και εξάγονται οι στοιχειώδεις σχέσεις των μεγεθών. Το τελικό αποτέλεσμα που περιγράφεται με την εξίσωση [7.18] και ερμηνεύεται εκεί εκτενώς οδηγεί στην ανάγκη πειραματικού προσδιορισμού δύο μεγεθών: της στατικής πίεσης

p πριν και μετά το διάφραγμα και της πυκνότητας του αέρα ϱ, ο υπολογισμός της οποίας απαιτεί μέτρηση της θερμοκρασίας T. Αναφερόμενοι στις παρατηρήσεις της προηγούμενης παραγράφου σημειώνουμε, ότι η μέθοδός μας απαιτεί την μέτρηση της μεταβολής **έντατικών** μεγεθών (πίεσης και θερμοκρασίας), ενώ τα ποσοτικά μεγέθη (όγκος και εντροπία) λαμβάνονται προσεγγιστικά ως σταθερά. Μια συνοπτική περιγραφή των ποιοτικών και ποσοτικών χαρακτηριστικών των δύο αυτών μεγεθών είναι σημαντική για την κατανόηση της λειτουργίας των αισθητηρίων της μέτρησής τους και περαιτέρω ολόκληρου του μηχανισμού της μέτρησης ροής. Στα επόμενα κεφάλαια θα ασχοληθούμε με την πίεση και την θερμοκρασία σαν φυσικά μεγέθη και μετέπειτα με τις φυσικές διεργασίες μετατροπής τους σε ηλεκτρική τάση ή ρεύμα με σκοπό την αναλογική τους μεταφορά στα ηλεκτρικά όργανα μέτρησης.

Πέραν της μεθόδου προσδιορισμού της ροής υγρού ή αερίου μέσου μέσω της μέτρησης της διαφορικής πίεσης σε μία στένωση, υπάρχει ένα μεγάλο πλήθος από μεθόδους που βρίσκουν εφαρμογή για το σκοπό αυτό.

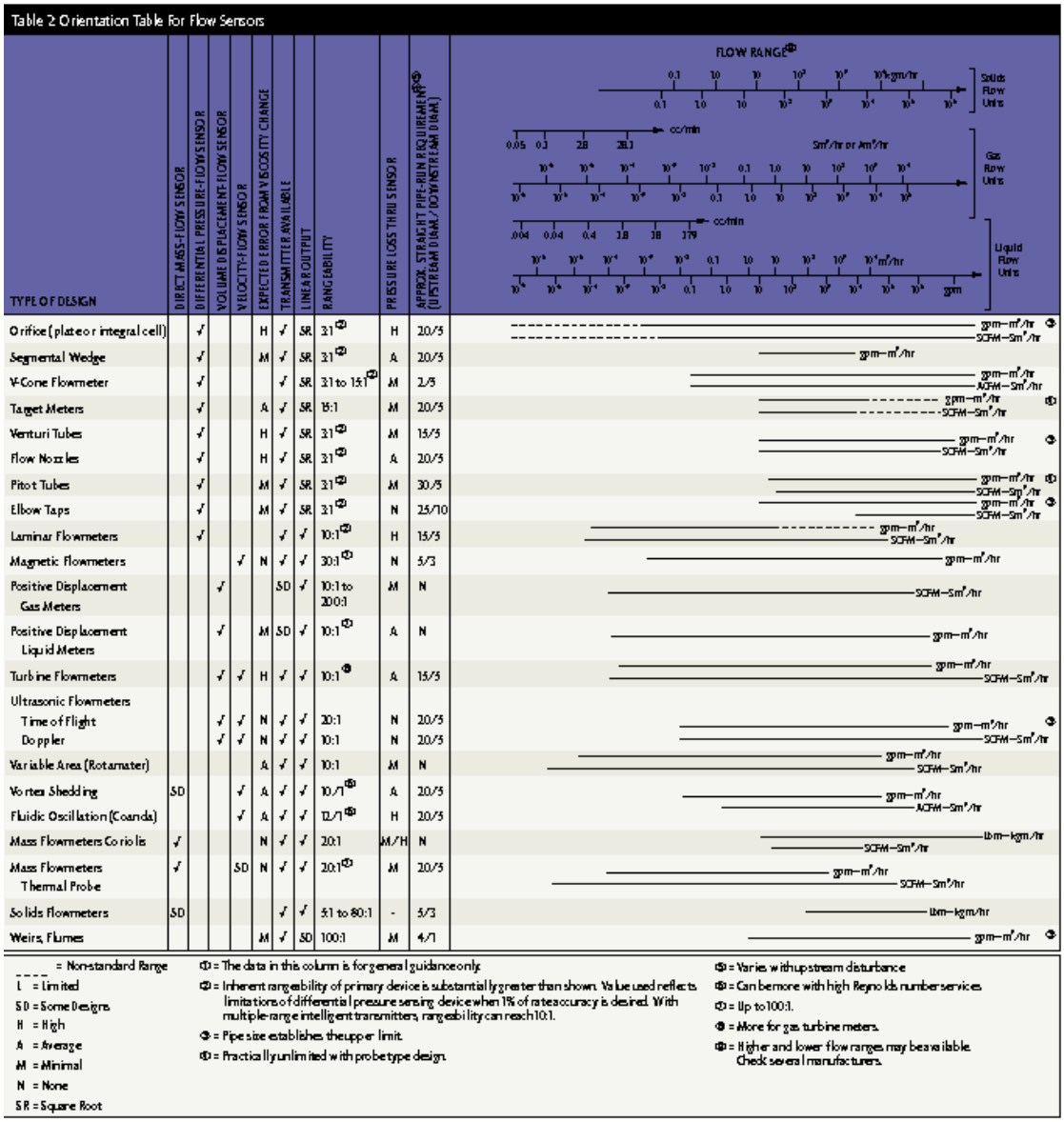
Στην πρώτη σειρά του πίνακα κριτηρίων επιλογής κατάλληλων ροομετρικών μεθόδων στο σχήμα 1.3, στην κατηγορία των διαφραγμάτων «Orifice», διαβάζουμε στα τυπικά χαρακτηριστικά ενός διαφράγματος διαμέτρου $40mm$ και άνω την καταλληλότητά του για μετρήσεις αερίων, ατμού υψηλής και χαμηλής πίεσης σε θερμοκρασίες έως 540^oC, με αριθμό Reynolds ροής άνω των 10.000 μονάδων και ακρίβεια $\pm 1 - 4\%$ (βλ. [5]). Μία παρόμοια συσκευή με σωλήνα διαμέτρου $40mm$ έχει κατασκευαστεί στο ΕΝΜ και θα χρησιμοποιηθεί στα πλαίσια του μαθήματος «Εργαστήριο Ναυτικής Μηχανολογίας Ι». Με μια άλλη συσκευή με διάμετρο σωλήνα $80mm$ θα μετρηθεί η ροή νερού κατά την άσκηση ΕΝΜ Ι-ΕΑ7:«Προσδιορισμός Συντελεστή Απόδωσης Αντλίας», και τέλος στην Άσκηση του 9ου εξαμήνου ΕΝΜ ΙΙ-ΕΑ5:«Ισχύς Κινητήρα DIESEL» θα μετρηθεί με τον ίδιο τρόπο η παρεχόμενη μάζα ατμοσφαιρικού αέρα στον κινητήρα του Εργαστηρίου.

Table 1: Flowmeter Evaluation Table

FLOWMETER	PIPE SIZE, in. (mm)	GASES (VAPORS): STEAM	GASES (VAPORS): CLEAN	GASES (VAPORS): DIRTY	GASES (VAPORS): PRESS HIGH	GASES (VAPORS): PRESS LOW	LIQUIDS: CLEAN	LIQUIDS: VISCOUS HIGH	LIQUIDS: VISCOUS LOW	LIQUIDS: DIRTY	LIQUIDS: CORROSIVE/ VERY CORROSIVE	LIQUIDS: FIBROUS	LIQUIDS: ABRASIVE	LIQUIDS: SLURRIES	REVERSE FLOW	PULSATING FLOW	HIGH TEMPERATURE	CRYOGENIC	STEAM-FILLED PIPES	NON-NEWTONIANS	OPEN CHANNEL	TYPICAL Accuracy, uncalibrated (Including transmitter)	TYPICAL Reynolds number‡ or viscosity	TEMPERATURE °F (°C)	PRESSURE psig (kPa)
SQUARE ROOT SCALE MAXIMUM SINGLE RANGE 4:1 (Typical)[vv]																									
Orifice																									
Square-Edged	>1.5 (40)	√	√	X	√	√	√	X	?	X	?	X	X	X	SD	?	√	√	X	?	X	±1-4% URV	R_D > 10,000	Process temperature to 1000°F (540°C); Transmitter limited to -30-250°F (-30-120°C)	To 4,000 psig (41,000 kPa)
Honed Meter Run	0.5-1.5 (12-40)	√	√	X	√	√	√	?	?	X	?	X	X	X	SD	?	√	√	X	?	X	±1% URV	R_D > 10,000		
Integrated	<0.5 (12)	?	√	X	√	√	√	X	?	X	?	?	X	X	SD	?	?	X	X	?	X	±2-5% URV	R_D > 10,000		
Segmental Wedge	<12 (300)	√	√	√	√	√	√	?	√	?	?	X	?	?	SD	?	√	√	X	?	X	±0.5% URV	R_D > 500		
Eccentric	>2 (50)	?	?	√	√	√	?	X	?	?	?	X	?	X	SD	?	√	√	X	?	X	±2-4% URV	R_D > 10,000		
Segmental	>4 (100)	?	?	√	√	√	?	X	?	?	?	X	?	X	SD	?	√	√	X	?	X	±2-4% URV	R_D > 10,000		
V-Cone	0.5-72 (12-1800)	√	√	?	√	√	√	?	√	?	?	X	?	?	X	?	?	?	X	?	X	±0.5-1% of rate	R_D : 8,000-5,000,000	700 (370)	≤600 (4,100)
Target[vvv]	<0.5 (12)	?	√	√	√	√	√	?	√	√	?	X	X	X	?	X	?	?	X	?	X	±0.5-5% URV	R_D > 100	Process temperature to 1000°F (540°C); Transmitter limited to -30-250°F (-30-120°C)	To 4,000 psig (41,000 kPa)
Venturi	>2 (50)	√	√	?	√	√	√	?	√	?	?	X	√	?	X	?	?	?	X	?	X	±0.5-2% URV	R_D > 75,000 L		
Flow Nozzle	>2 (50)	?	√	?	√	√	√	X	?	?	?	X	X	X	X	?	?	?	X	?	X	±1-2% URV	R_D > 50,000 L		
Low Loss Venturi	>3 (75)	√	√	X	√	√	√	X	?	X	√	X	X	X	X	?	?	?	X	?	X	±1.25% URV	R_D > 12,800 L		
Pitot	>3 (75)	X	√	X	√	√	√	X	?	X	?	X	X	X	X	X	?	?	?	X	X	±3-5% URV	R_D > 100,000 L		
Averaging Pitot	>1 (25)	√	√	SD	√	√	√	X	?	SD	?	X	X	X	SD	X	?	?	X	X	X	±1-2% URV	R_D > 40,000 L		
Elbow	>2 (50)	X	√	?	√	√	√	X	?	?	?	X	X	X	√	X	?	?	X	?	X	±5-10% URV	R_D > 10,000 L		
Laminar	0.25-16.6 (6-400)	?	√	X	√	√	√	√	?	X	?	X	X	X	X	√	X	X	X	X	X	±1% of rate	R_D < 500	150 (66)	≤30 (225)
LINEAR SCALE TYPICAL RANGE 10:1 (Or better)																									
Magnetic[v]	0.1-72 (2.5-1800)	X	X	X	X	X	√	?	√	√	√	√	√	√	√	√	?	X	?	?	?	±0.5% of rate	R_D > 4,500	360 (180)	≤ 1,500 (10,800)
Positive Displacement																									
Gas	>12 (300)	X	√	X	?	√	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	±1% of rate	-	250 (120)	≤ 1,400 (10,000)
Liquid	>12 (300)	X	X	X	X	X	√	√	?	X	?	X	X	X	X	X	?	X	X	X	X	±0.5% of rate	No R_D limit ≤ 8,000 cS	600 (315)	≤ 1,400 (10,000)
Turbine																									
Gas	0.25-24 (6-600)	SD	√	X	√	√	X	X	X	X	X	X	X	X	SD	SD	?	?	X	X	?	±0.5% of rate	-	-450-500 (268-260)	≤ 3,000 (21,000)
Liquid	0.25-24 (6-600)	X	X	X	X	X	√	X	?	X	?	X	X	SD	SD	SD	?	?	X	X	?	±0.5% of rate	R_D > 5,000, ≤ 15 cS	-450-500 (268-260)	≤ 3,000 (21,000)
Ultrasonic																									
Time of Flight	>0.5 (12)	X	SD	SD	SD	SD	√	?	?	X	√	√	?	?	√	√	X	?	X	X	?	±1% of rate to ff5% URV	R_D > 10,000	-300-500 (-180-260)	Piperating
Doppler	>0.5 (12)	X	X	X	X	X	X	?	?	√	√	√	√	√	√	√	X	X	X	?	X	±1% of rate to ff15% URV	R_D > 4,000	-300-500 (-180-260)	Piperating
Variable-Area (Rotameter)	≤3 (75)	?	√	X	X	√	√	X	?	X	?	?	X	X	X	?	?	?	X	X	X	±1% of rate to ff10% URV	No R_D limit, < 100 cS	Glass: 400 (200) Metal: 1,000 (540)	Glass: 150 (2,400) Metal: 720 (5,000)
Vortex Shedding	1.5-16 (40-400)	√	√	?	√	√	√	X	?	?	?	X	X	X	X	X	?	?	X	X	X	±0.75-1.5% of rate	R_D > 10,000, < 30 cP	400 (200)	≤ 1,500 (10,500)
Vortex Precession (Swirl)	<16 (400)	√	√	?	√	√	√	X	?	X	?	X	X	X	X	X	?	X	X	X	X	±0.5% of rate	R_D > 10,000, < 5 cP	536 (280)	Piperating
Fluidic Oscillation (Coanda)	>1.5 (40)	X	X	X	X	X	√	X	X	?	?	X	X	X	X	X	?	?	?	X	X	±2% of rate	R_D > 2,000, < 80 cS	350 (175)	≤ 720 (5,000)
Mass																									
Coriolis	0.25-6 (6-150)	?	?	?	√	√	√	√	√	√	?	?	?	√	?	?	?	?	X	√	X	±0.15-10% of rate	No R_D limit	-400-800 (-224-427)	≤ 5,700 (32,900)
Thermal Probe	<72 (1800)	X	√	?	√	√	√	?	√	√	?	?	?	?	X	?	?	X	X	?	X	±1-2% URV	No R_D limit	1,500 (816)	Piperating
Solids Flowmeter	<24 (600)	X	X	X	X	X	X	SD	X	?	X	X	SD	SD	X	SD	SD	X	√	X	X	±0.5% of rate to ff14% URV	-	750 (400)	≤ 580 (4,000)
Correlation																									
Capacitance	<8 (200)	X	X	X	X	X	X	√	√	√	√	√	√	√	X	?	?	X	?	?	X	No data available	No data available	300 (149)	≤ 580 (4,000)
Ultrasonic	>0.5 (12)	X	X	X	X	X	X	?	√	√	√	√	√	√	X	?	X	X	X	?	X	±5% of ??	No data available	-300-250 (-180-120)	Piperating

cP = centi Poise
cS = centi Stokes
SD = Some designs
? = Normally applicable (worth consideration)
√ = Designed for this application (generally suitable)
URV = Upper Range Value
X = Not applicable
‡ According to other sources, the minimum Reynolds number should be much higher
[v] Liquid must be electrically conductive
[vv] Range 10:1 for laminar, and 15:1 for target
[vvv] Newer designs linearize the signal

Σχήμα 1.3: Συγκριτικός πίνακας επιλογής ροομέτρων και ροομετρικών διαδικασιών Ι, [5]



Σχήμα 1.4: Συγκριτικός πίνακας επιλογής ροομέτρων και ροομετρικών διαδικασιών II, [5]

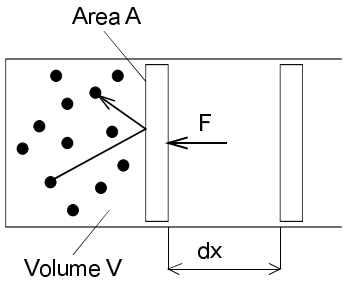
Κεφάλαιο 2

Πίεση αερίου

Ενσυνείδητα αντιλαμβανόμαστε το αποτέλεσμα της δράσης αυτού που αποκαλούμε πίεση μέσω των αισθητηρίων του ανθρώπινου οργανισμού στο κεντρικό νευρικό μας σύστημα. Η εσωτερική ή εξωτερική πίεση επενεργεί σαν δύναμη τοπικά εκτεταμένη, στην οποία αντιδρούμε μυϊκά. Επιδιώκοντας να χειριστούμε τεχνικά κατασκευασμένα αισθητήρια για τις ανάγκες τεχνικών μετρήσεων είναι απαραίτητο να κατανοήσουμε την δράση της με αφετηρία την δύναμη αυτή. Η χρήση της νευτώνιας μηχανικής σε συνδυασμό με μία απλουστευμένη παρατήρηση της κινητικής κατάστασης των μορίων του αερίου οδηγεί σε μια εύστοχη περιγραφή του φυσικού μεγέθους «πίεση αερίου».

2.1 Έμβολο

Θεωρούμε κυλινδρικό δοχείο εντός του οποίου ολισθαίνει άνευ τριβών έμβολο επιφανείας A περιορίζοντας στεγανό όγκο V μεταξύ αυτής και του δοχείου.



Σχήμα 2.1: Μόρια αερίου και έμβολο

2.2 Κίνηση των μορίων του αερίου

Η επιφάνεια Α βομβαρδίζεται με άτομα μάζας m, τα οποία εκτελούν παλινδρομικές πτήσεις προς όλες τις διευθύνσεις του χώρου γύρω από τα βαρύκεντρα των κινήσεών τους (βαρύκεντρο = το κέντρο βάρους όλων των θέσεών τους που καταλαμβάνουν σε διάστημα χρόνου t αρκετά μεγαλύτερο από την περίοδο ταλαντωσής τους).

2.3 Ιδανικό αέριο

Θεωρούμε πως το αέριο είναι ιδανικό, δηλαδή εντός του χώρου V συμβαίνουν αποκλειστικά ελαστικές κρούσεις μεταξύ των ατόμων χωρίς τριβές ή άλλες αλληλεπιδράσεις. Ένα αέριο πλησιάζει την συμπεριφορά ιδανικού αερίου όσο χαμηλότερη είναι η θερμοκρασία υγροποίησής του, π.χ. το ήλιο He με θερμοκρασία υγροποίησης $4.16\ K$ συμπεριφέρεται ιδανικά σε θερμοκρασία περιβάλοντος $293.16\ K$.

2.4 Ορμή κρούσεων

Ένα άτομο με ταχύτητα $\vec{v}$ σε μια χρονική στιγμή έχει την συνιστώσα v_x στην διεύθυνση x. Παρατηρούμε όλα τα άτομα που συγκρούονται με την επιφάνεια του εμβόλου Α στο χρονικό διάστημα dt και επιθυμούμε να προσδιορίσουμε το πλήθος τους με σκοπό να εκτιμήσουμε την συνολική ορμή πρόσκρουσής τους. Μόνον τα άτομα που βρίσκονται σε απόσταση $v_x\ dt$ θα συγκρουσθούν, δηλαδή τα άτομα που περιέχει ο όγκος $v_x\ dt\ A$. Αν το πλήθος των ατόμων ανά μονάδα όγκου είναι $n = \frac{N}{V}$ τότε τα άτομα που θα συγκρουσθούν με την επιφάνεια Α είναι $n\ v_x\ dt\ A$ και στην μονάδα του χρόνου $\frac{d}{dt}\left(n\ v_x\ dt\ A\right) = n\ v_x\ A$.

2.5 Πίεση

Κάθε άτομο μεταφέρει στο έμβολο μετά την ελαστική κρούση την ορμή $2\ m\ v_x$ ($m\ v_x$ κατά την ελαστική κρούση και $m\ v_x$ κατά την ανάκλασή της). Το σύνολο των ελαστικών κρούσεων είναι η αιτία της δύναμης F που ασκείται στο έμβολο και εκφράζεται σαν γινόμενο του πλήθους των συγκρούσεων $n\ v_x\ A$ στην μονάδα του χρόνου και της ορμής ενός ατόμου $2\ m\ v_x$: $F = \left(n\ v_x\ A\right)\left(2\ m\ v_x\right) = 2\ m\ v_x^2\ A$. Η πίεση που ασκείται είναι: $p = \frac{F}{A} = 2\ m\ v_x^2$.

2.6 Ενέργεια

Η συνιστώσα v_x της ταχύτητας $\vec{v}$ των ατόμων την στιγμή της πρόσκρουσης δεν είναι για όλα τα άτομα ίδια, ενώ η δύναμη που δρα στο έμβολο ως μέσον στο διάστημα του χρόνου είναι σταθερή, διότι οι συγκρούσεις συμβαίνουν πολύ γρήγορα και το πλήθος τους τεράστιο στη χρονική μονάδα για να αντιδράσει το έμβολο σε μεμονωμένες, διακριτές κρούσεις (ευνόητο, αν αποδώσουμε στο έμβολο μικρή αδράνεια). Γι΄ αυτό σχηματίζουμε το μέσον του τετραγώνου της συνιστώσας v_x της ταχύτητας v προκειμένου να περάσουμε από το άθροισμα μεμονωμένων συγκρούσεων σε σταθερό μέσο μέγεθος της δύναμης F. Το μέσον αυτό συμβολίζουμε με $\langle v_x^2 \rangle$. Επισημαίνουμε, ότι κατά το μέσον, μόνον τα μισά άτομα του πλήθους $n\ v_x\ A$ της παραγράφου 2.4 θα κινηθούν προς την θετική κατεύθυνση +x, ενώ τα άλλα μισά προς την αρνητική -x. Από την παράγραφο 2.5 λαμβάνουμε έτσι την πίεση: $p = 2\,n\,m\,v_x^2 = n\,m\,\langle v_x^2 \rangle$. Επειδή τα μέσα των τετραγώνων της ταχύτητας προς κάθε ορθογώνια συνιστώσα του χώρου x,y,z είναι ίσα, ισχύει ότι $\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle$ και με στοιχειώδη βήματα προκύπτει ότι $\langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{3}\langle v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \rangle = \frac{1}{3}\langle v^2 \rangle$. Για την πίεση λαμβάνουμε: $p = n\,m\left\langle \frac{v^2}{3} \right\rangle = \frac{2}{3} n \left\langle \frac{m\,v^2}{2} \right\rangle \Rightarrow p = \frac{2}{3}\,N \left\langle \frac{m\,v^2}{2} \right\rangle$. Γνωρίζοντας την κινητική κατάσταση των ατόμων, εφ΄ όσον τα μέσα των ταχυτήτων είναι γνωστά, καταλήγουμε σε αριθμητική ποσότητα της έντασης της πίεσης του αερίου. Ο όρος $N \left\langle \frac{m\,v^2}{2} \right\rangle$ είναι η απόλυτη ενέργεια U της μάζας του αερίου που εγκλωβίσαμε στον όγκο V του δοχείου. Είναι ευνόητο, ότι η απόλυτη ενέργεια του αερίου U δεν περιλαμβάνει την χημική και την πυρηνική. Οδηγούμαστε έτσι στο αξιόλογο αποτέλεσμα, ότι $p\,V = \frac{2}{3}\,U$ έχοντας κάνει μόνον χρήση της νευτώνειας μηχανικής.

2.7 Κατάσταση αερίου

Ενώ από την παράγραφο 2.6 γνωρίζουμε ότι η ενέργεια του αερίου U είναι το γινόμενο πίεσης και όγκου, δεν εχουμε πεί ακόμη τίποτα για το τι θα συμβεί αν ένα από αυτά υποστεί μια μεταβολή dU. Σε ένα τελευταίο βήμα θα εξετάσουμε την συμπεριφορά του αερίου σε μια τέτοια μεταβολή. Αν γράψουμε το γινόμενο $p\,V$ γενικευμένα σαν $p\,V = (\kappa - 1)\,U$, όπου κ είναι ο λόγος των θερμοχωρητικοτήτων $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$, έχουμε $p\,V = (\kappa - 1)\,U = \frac{2}{3}\,U \Rightarrow\ \kappa = \frac{5}{3}$, πράγμα που επιβεβαιώνεται πειραματικά για μονοατομικά αέρια. Το έργο $dW = -F\,dx$ που καταναλώνεται στο έμβολο ισούται με την ενέργεια που εισάγεται (αρνητικό πρόσημο) στο αέριο $dW = -F\,dx = -p\,A\,dx = -p\,dV = dU$ και με $U = \frac{p\,V}{\kappa - 1}$ λαμβάνουμε την διαφορά της απόλυτης ενέργειας $dU = \frac{p\,dV + V\,dp}{\kappa - 1}$ και στη συνέχεια:

$$-p\,dV = \frac{1}{\kappa - 1}\,(p\,dV + V\,dp) \Rightarrow\ \kappa\,p\,dV + V\,dp = 0 \Rightarrow\ \kappa\,\frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} = 0$$

Η λύση αυτής της διαφορικής εξίσωσης είναι:

$$\kappa\,ln\,V + ln\,p = ln\,C \Rightarrow\ p\,V^{\kappa} = constant$$

2.8 Ολική και στατική πίεση

Στην παράγραφο 2.5 δώσαμε την θεμελιώδη φυσική περιγραφή του μεγέθους πίεση p σαν αποτέλεσμα ελαστικών κρούσεων των μορίων του μέσου ευρισκόμενου σε ησυχία (ακίνητο μακροσκοπικά) επάνω σε μια επιφάνεια. Η πίεση που επιδρά στην επιφάνεια αυτή ονομάζεται **στατική** (ας θυμηθούμε, ότι το έμβολο στην παράγραφο 2.1 είναι ακίνητο). Ως εδώ παρατηρούμε ένα μακροσκοπικά ακίνητο αέριο. Σύμφωνα με την παράγραφο 2.6 η στατική πίεση του μακροσκοπικά ακίνητου αερίου (άνευ ροής μακροσκοπικά μεγάλων όγκων) είναι ίση με $p = \frac{2}{3}\,N\left\langle \frac{m\,v^2}{2} \right\rangle$, όπου v οι ταχύτητες κίνησης των μορίων του. Εάν παράλληλα με την κίνηση αυτή το αέριο ρέει, κινείται δηλαδή με την ταχύτητα ροής w, τότε σε μια κάθετη προς την κατεύθυνση ροής του αερίου επιφάνεια, δηλαδή κάθετη προς την ταχύτητα w, επιδρά αθροιστικά προς την στατική συνιστώσα της πίεσης και μια δυναμική, η **δυναμική** πίεση. Το άθροισμά τους ονομάζεται **ολική**.

Στην παράγραφο 7 το ισοζυγίο των ενεργειών [7.16] δηλώνει, ότι $u + \frac{1}{2}w^2 + \frac{p}{\varrho} = const$. Το άθροισμα της ειδικής ενθαλπίας $h = u + \frac{p}{\varrho}$ και κινητικής ενέργειας $\frac{1}{2}w^2$ παραμένει αμετάβλητο. Το άθροισμα αυτό ονομάζεται **ενθαλπία ανακοπής** h_t και είναι για συμπιεστή και μή ροή σταθερό κατά το μήκος του αγωγού.

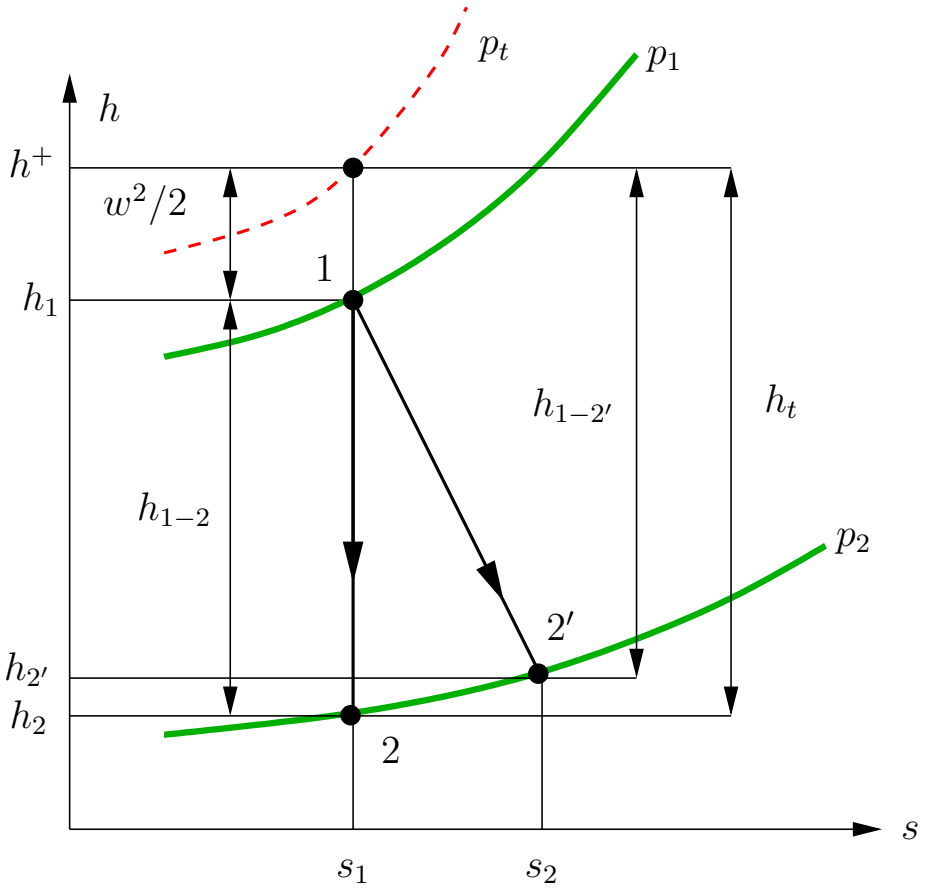
$$h_t = h + \frac{w^2}{2} \tag{2.1}$$

Για την ενθαλπία h του μέσου λαμβάνουμε με $c_p = c_p(T)$ την θερμοχωρητικότητα για σταθερή πίεση:

$$\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p = c_p \Rightarrow h = \int c_p(T)\,dT + C \tag{2.2}$$

Για μικρές μεταβολές της θερμοκρασίας η θερμοχωρητικότητα c_p είναι σταθερή και για το ισοζύγιο των ενεργειών μεταξύ δύο καταστάσεων $1 - 2$ λαμβάνουμε:

$$h_{1-2} = h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1) \tag{2.3}$$



Σχήμα 2.2: Ίχνη καταστατικής μεταβολής αδιαβατικής $1-2$ και μή αδιαβατικής $1-2'$ ροής σε στατικές συνθήκες μεταξύ δύο πιέσεων $p_2 < p_1$

Οι καταστάσεις 1 και 2 είναι στατικές και το αέριο έχει τις τιμές h_1 και h_2 για την ενθαλπία. Η ενθαλπία ανακοπής h_t είναι η ενέργεια που απαιτείται για να ακινητοποιηθεί το αέριο με αρχική ενθαλπία h^+ και ταχύτητα w έως ότου φθάσει την στατική κατάσταση 2. Στο σχήμα 2.2 η ενθαλπία h^+ είναι ίση με την στατική ενθαλπία h_{1-2} προσαυξημένη κατά την κινητική ενέργεια $\frac{w^2}{2}$ του μέσου. Η σχηματισμένη καμπύλη πίεσης ανακοπής p_t στο σχήμα 2.2 είναι η καμπύλη σταθερής πίεσης επάνω στην οποία θα βρισκόταν το σημείο $\{s_1; h^+\}$ εάν η πίεση ήταν στατική.

$$h_t = h_{1-2} + \frac{w^2}{2} \tag{2.4}$$

Από την [2.4] λαμβάνουμε για ιδανικό αέριο και αδιαβατική καταστατική μεταβολή με $u = \frac{1}{\kappa-1} RT$ και $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$ την **θερμοκρασία ανακοπής** T_t:

$$T_t = T + \frac{w^2}{2\, c_p} \tag{2.5}$$

Με τις θερμοκρασίες T_t και T και τις πιέσεις p_t και p για τις δύο καταστάσεις ισχύει για ιδανικό αέριο [9]:

$$p_t T_t^{-\frac{\kappa}{\kappa-1}} = p T^{-\frac{\kappa}{\kappa-1}} \Rightarrow \frac{p_t}{p} = \left(\frac{T_t}{T}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \tag{2.6}$$

Με τις 2.4, 2.5 και 2.6 έχοντας μετρήσει το καταστατικό ζεύγος της κατάστασης ανακοπής, π.χ. ολική πίεση και θερμοκρασία αερίου $(p_t; T_t)$ και την στατική πίεση p, η ταχύτητα ροής w εξάγεται με $T_t \approx T$:

$$p_t = p\left(1 + \frac{w^2}{2Tc_p}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \Rightarrow \quad w = \sqrt{2\, T\, c_p \left[\left(\frac{p_t}{p}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1\right]} \tag{2.7}$$

Στην 2.7 γράφουμε την ταχύτητα w σε κλάσματα της ταχύτητας του ήχου c με τον ορισμό του αριθμού Mach [13]:

$$M = \frac{w}{c} \Rightarrow \quad w = M\, c \tag{2.8}$$

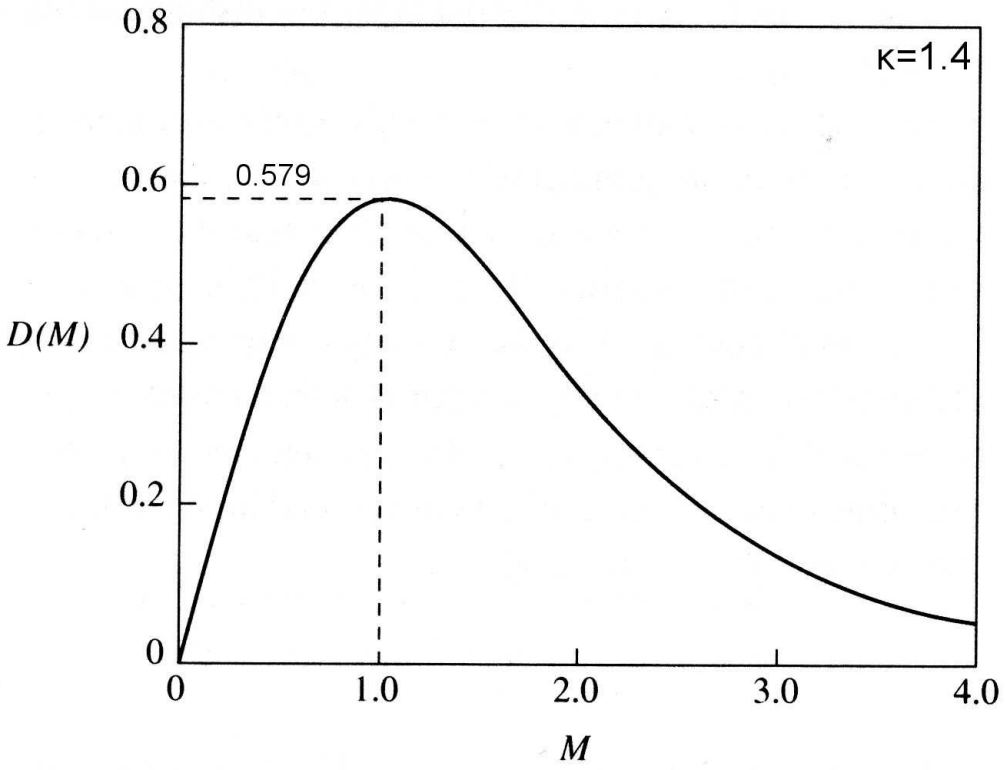
και με την την εξίσωση συντήρησης της μάζας στον αγωγό $\dot{m} = \varrho\, w\, A$ εκφράζουμε τον λόγο των πιέσεων ανακοπής και στατικής $\frac{p_t}{p}$ συναρτήσει του αριθμού Mach:

$$\frac{p_t}{p} = \left[1 + \frac{M^2}{2}\,(\kappa - 1)\right]^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \tag{2.9}$$

Με την ταχύτητα του ήχου $c = \sqrt{\kappa\, R\, T}$ και την σταθερά του αερίου $R = c_p - c_v$ οδηγούμαστε μετά από μερικά στοιχειώδη βήματα στην εξίσωση της διορθωμένης ροής μάζας ανά μονάδα επιφανείας $\frac{\dot{m}}{A}$:

$$\frac{\dot{m}\sqrt{R\, T_t}}{A\, p_t \sqrt{\kappa}} = M \cdot \left[1 + (\kappa - 1)\,\frac{M^2}{2}\right]^{-\frac{1}{2}\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} = \mathcal{D}(M) \tag{2.10}$$

Για ατμοσφαιρικό αέρα (δι-ατομικό αέριο) με $\kappa = \frac{7}{5}$ η συνάρτηση $\mathcal{D}(M)$ λαμβάνει την μέγιστη τιμή $\mathcal{D}(M) = 0.579$ για $M = 1$, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.3. Η ροή μάζας ανά μονάδα



Σχήμα 2.3: Συνάρτηση $\mathcal{D}(M)$ διόρθωμένης ροής μάζας για ατμοσφαιρικό αέρα $\kappa = \frac{7}{5}$

επιφανείας (σε $\frac{kg}{s\,m^2}$) είναι αντιστρόφως ανάλογη με την τετραγωνική ρίζα της θερμοκτασίας και ευθέως ανάλογη με την πίεση ανακοπής και λαμβάνει την τιμή $\frac{\dot{m}}{A} = 239\ \frac{kg}{s\,m^2}$ σε συνθήκες περιβάλλοντος εργαστηρίου ($T = 293\ K, p_0 = 101.3\ kPa$) για $M = 1$, αύξάνεται για τιμές $M < 1$ και μειώνεται για $M > 1$.

Με την διάταξη του σωλήνα Prandtl, όπως θα δούμε παρακάτω στο κεφάλαιο 7, μετρώντας την διαφορά των δύο πιέσεων p_t και p, ολικής και στατικής, λαμβάνουμε απ' εύθείας από την 2.4 την ταχύτητα του αερίου w.

Στο κεφάλαιο 7 θα επιλέξουμε τον αναλυτικό ενεργειακό υπολογισμό της ροής μάζας στον αγωγό που εκφράζει την μεταβολή ενέργειας από την μία μορφή στην άλλη (δυναμική $\rightarrow$ κινητική).

2.9 Καταστατικά μεγέθη και ενεργειακοί μετασχηματισμοί

Στην παράγραφο 2.7 οδηγηθήκαμε στο συμπέρασμα, ότι κατά την αδιαβατική συμπίεση του αερίου το γινόμενο πίεσης και όγκου στον (σταθερό) εκθέτη 5/3 για μονοατομικά αέρια είναι αμετάβλητο. Η απλουστευμένη παρατήρηση της κινητικής του κατάστασης οδηγεί στο συμπέρασμα, ότι η πίεσή του είναι ευθέως ανάλογη με την απόλυτη ενέργεια του συστήματος που παρατηρούμε. Το συμπέρασμα αυτό βοηθάει αρχικά στην κατανόηση του φυσικού μεγέθους: πίεση p. Η πίεση είναι καταστατικό μέγεθος ευθέως ανάλογο με την απόλυτη ενέργεια του συστήματος του αερίου που παρατηρούμε εάν κρατήσουμε σταθερό τον όγκο που παρατηρούμε. Η πίεση και ο όγκος αποτελούν μαζί με άλλα δύο μεγέθη, την θερμοκρασία και την εντροπία, τα τέσσερα καταστατικά μεγέθη του αερίου p, V, T, S.

Για να οδηγηθούμε σε αναγνώσιμη από τα όργανα μετρήσεως πληροφορία των ποσοτήτων των μεγεθών της μέτρησής μας στο εργαστήριο είναι ακόλουθο, ότι πρέπει να μετατρέψουμε την ενέργεια του αερίου U σε άλλες μορφές ενέργειας, όπως ηλεκτρική (π.χ. διαφορά δυναμικού-ηλεκτρική τάση σε $Volt$) ή μηχανική (π.χ. διαφορά δυναμικής ενέργειας-διαφορά ύψους στήλης ύδατος). Μετατρέπουμε έτσι τις **μεταβολές** της σε άλλες μορφές ευκολώτερα προσβάσιμες στο εργαστήριο. Σημειώνουμε, ότι αυτό που πρόκειται να μετασχηματίσουμε από την μία μορφή στην άλλη, δεν είναι η πίεση του αερίου αλλά η ενέργειά του. Θα επιλέξουμε να μετασχηματίσουμε την ενέργεια του αερίου σε μια μορφή της ενέργειας που μπορούμε να μετρήσουμε με τα σύγχρονα εργαστηριακά μέσα που διαθέτουμε. Η πιό προσιτή μορφή είναι η ηλεκτρική ενέργεια (γινόμενο ηλ. ρεύματος - ηλ. τάσης), όπως θα δούμε παρακάτω, λόγω της ικανότητάς μας να μετρήσουμε με ικανοποιητική ακρίβεια με τα σύγχρονα τεχνολογικά μέσα την ηλεκτρική τάση ή το ρεύμα μακρυά από το σημείο της δειγματολειψίας μέσω καλωδίων ή και ακόμη και ασύρματα.

Μια τελευταία παρατήρηση για την μετατροπή αυτή είναι ότι κάνουμε μετρήσεις έχοντας ένα σημείο αναφοράς, λόγου χάρι ένα δυναμικό αναφοράς. Το αποτέλεσμα μιάς μέτρησης είναι μέγεθος ανάλογο με την **διαφορά** μεταξύ δύο **καταστάσεων**.

Κεφάλαιο 3

Θερμοκρασία αερίου

Όπως συμβαίνει με την πίεση, ανάλογα συμβαίνει και με την θερμοκρασία: αντιλαμβανόμαστε την επίδρασή της μέσω των αισθητηρίων του οργανισμού σαν ζέστη΄ ή κρύο΄. Εδώ, όμως συμβαίνει και κάτι άλλο: όσο περισσότερο χρόνο είμαστε σε επαφή με το ζεστό ή το κρύο σώμα ζεσταινόμαστε ή κρυώνουμε ολοένα και περισσότερο, όπως π.χ. αν βυθιστούμε σε ένα ζεστό ή κρύο δοχείο. Χωρίς να επεκταθούμε στην αιτία γι΄ αυτό, δηλαδη στους μηχανισμούς μεταφοράς θερμότητας από και προς τον οργανισμό ή από και προς ένα σώμα, η απόδωση για την θερμοκρασία μίας περισσότερο αξιωματικής επεξήγησης και ολιγώτερο αναλυτικής είναι χρήσιμη. Η ανάλυση του μεγέθους ϑερμοκρασία΄ από την κινητική θεωρία, όπως έγινε στην παράγραφο 2 για την πίεση, είναι εξαιρετικά απαιτητική και γι΄ αυτό θα περιοριστούμε στην αξιωματική αναφορά του αποτελέσματός της (εκτενής ανάπτυξη βλέπε [6], [11] και[7], ιστορικές αναδρομές βλ.[8]).

3.1 Κινητική ενέργεια

Παρατηρούμε αρχικά δύο μόρια ενός αερίου (ιδανικού, με τις παραδοχές της παραγράφου 2.3). Η μέση κινητική ενέργεια ενός μορίου είναι ίση με $\left\langle \frac{1}{2} m\, v_1^2 \right\rangle$. Ένα δεύτερο θα έχει την κινητική ενέργεια $\left\langle \frac{1}{2} m\, v_2^2 \right\rangle$. Εάν το αέριο βρίσκεται σε θερμική ισορροπία, τότε τα μέσα των κινητικών ενεργειών τους είναι ίσα: $\left\langle \frac{1}{2} m\, v_1^2 \right\rangle = \left\langle \frac{1}{2} m\, v_2^2 \right\rangle$ και αυτό ισχύει για όλα τα μόρια της ποσότητας που εξετάζουμε. Η διαφορά με την ανάπτυξη της παραγράφου 2 είναι, ότι για δύο αέρια, των οποίων τα μόρια είναι π.χ. διαχωρισμένα με το έμβολο της παρ. 2.1, ισχύει σύμφωνα με τις εκεί παρατηρήσεις οτι $n_1 \left\langle \frac{1}{2} m\, v_1^2 \right\rangle = n_2 \left\langle \frac{1}{2} m\, v_2^2 \right\rangle$ με $n = \frac{N}{V}$ (η μέση κινητική ενέργεια όλων των μορίων του όγκου), ενώ για την θερμική ισορροπία δεν αρκεί μόνον

αυτό· η κινητική ενέργεια **όλων** των μορίων πρέπει να είναι κατά τον μέσον ίση. Αυτή η δήλωση ισχύει μόνον για τις ανάγκες της ποιοτικής ερμηνείας που δίδεται εδώ. Το συμπέρασμα είναι, οτι ενώ η μηχανική ισορροπία των πιέσεων εκατέρωθεν του εμβόλου διατηρείται από το σύνολο των μορίων που συμμετέχουν στις ελαστικές κρούσεις με αυτό, η θερμική ισορροπία απαιτεί την ισότητα των μέσων ενεργειών κάθε μορίου, δηλαδή τα ελαφρά μόρια θα κινούνται γρηγορώτερα, ενώ τα βαρέα αργότερα. Η κινητική ενέργεια του μορίου ενός αερίου ή ενός συστατικού ενός μίγματος σε μια διεύθυνση x, y ή z είναι $\frac{1}{2}k\,T$, όπου k είναι η σταθερά του Boltzmann $k = 1.38\,10^{-23}\frac{J}{{}^{o}K}$. Η συνολική κινητική ενέργεια στις τρείς διευθύνσεις είναι $\frac{3}{2}k\,T$, και συνεπώς $\langle\frac{1}{2}m\,v_2\rangle = \frac{3}{2}k\,T$. Το τελικό συμπέρασμα είναι, οτι όταν δύο μέρη ενός αερίου ή δύο συστατικά ενός μίγματος αερίων βρίσκονται στην ίδια θερμοκρασία, η μέση κινητική ενέργεια των βαρυκέντρων των κινήσεων **όλης** της μάζας τους είναι ίση. Με τις παρατηρήσεις της παραγράφου 2.6 και 2.7 συνάγεται οτι για ένα αέριο σε θερμική ισορροπία ισχύει $p\,V = N\,\frac{2}{3}\left\langle\frac{1}{2}m\,v^2\right\rangle = N\,k\,T$, δηλαδή ο καταστατικός νόμος του ιδανικού αερίου.

3.2 Θερμοκρασία

Η θερμοκρασία και μέση κινητική ενέργεια των μορίων ενός αερίου είναι το ίδιο πράγμα εκφρασμένο με δυο διαφορετικούς τρόπους. Η περιγραφή της θερμοκρασίας συνάγεται και από το τυπικό σύστημα της θερμοδυναμικής με διάφορους τρόπους, εκ των οποίων ο περισσότερο διαδεδομένος είναι η εξίσωση Gibbs: $dU = T\,dS - p\,dV \Rightarrow T = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V$, δηλαδή η θερμοκρασία T είναι το μέτρο για την μεταβολή της απόλυτης ενέργειας U με μεταβλητή παράμετρο την εντροπία S του συστήματος κρατώντας τον όγκο V σταθερό (πρβλ.[10]). Αν περιοριστούμε στην έννοια της κινητικής ενέργειας η έμμεση μέτρηση της θερμοκρασίας μπορεί να επιτύχει μόνον αν αυτή η ενέργεια μεταφερθεί στο αισθητήριο και αυτό γίνεται μόνον αν μεταφερθεί θερμότητα ή ακτινοβολία σε αυτό από το περιβάλλον μέσον.

Ένας τρόπος είναι η μεταφορά δια της επαφής του αισθητηρίου με το μέσον, ένας άλλος η μεταφορά δι' ακτινοβολίας ή και τα δύο. Αν για παράδειγμα η μεταφορά γίνει μέσω ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, δηλαδή μέσω υπερύθρου φωτός, το αισθητήριο θα πρέπει να είναι κατάλληλο να δεχθεί το φως και να το μετατρέψει σε αριθμήσιμη ποσότητα, πιθανώς σε άλλο μέγεθος του οποίου η απόδωση αριθμίσιμης ποσότητας είναι βολικώτερη, για παράδειγμα ηλεκτρικό ρεύμα. Ανάλογα με την επιλογή της μεταφοράς θα πρέπει να αναζητήσουμε την κατάλληλη φυσική διεργασία, η οποία θα επιτρέψει την μετατροπή του φυσικού μεγέθους σε αριθμήσιμη ποσότητα π.χ.:

- Πίεση $\rightarrow$ διαφορά ύψους υδάτινης στήλης
- Πίεση $\rightarrow$ διαφορά ηλεκτρικής τάσης - ρεύματος
- Θερμοκρασία $\rightarrow$ διαφορά ύψους διαστελόμενης τριχοειδούς στήλης υδραργύρου
- Θερμοκρασία $\rightarrow$ διαφορά ηλεκτρικής τάσης - ρεύματος

Στη συνέχεια θα αναζητήσουμε κατάλληλες φυσικές διεργασίες (φυσικά φαινόμενα), οι οποίες είναι ικανές να αποδώσουν το 'μέτρο' στο μέγεθος που επιθυμούμε να μετρήσουμε.

Κεφάλαιο 4

Μέτρηση θερμοκρασίας

Η μέτρηση της θερμοκρασίας μπορεί να γίνει με διάφορους τρόπους, η επιλογή τους είναι τελείως ελεύθερη, αρκεί να είναι γνωστή η αριθμητική της αντιστοιχία με τα υπόλοιπα μεγέθη του τυπικού συστήματος που χρησιμοποιούμε. Ιστορικά, η θερμοκρασία φαίνεται να μετρήθηκε με στοιχειώδη ακρίβεια από τον Γαλιλαίο (1564-1642) με το θερμόμετρο αέρος. Στην ιστορία της θερμομετρίας του Middleton με θερμόμετρα γίνεται αναφορά και σε προηγούμενες προσπάθειες τα βυζαντινά χρόνια [12]. Η σύγχρονη θερμομετρία χρησιμοποιεί μετασχηματισμούς της ηλεκτρικής ενέργειας $\frac{1}{2}kT$ και της ενέργειας της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας $J_E = \int_0^\infty J_\lambda^E \, d\lambda = \sigma T^4$ (νόμος των Stefan-Boltzmann) σε ηλεκτρικά μεγέθη, όπου λ:κυματική συχνότητα, J_E:ενεργειακή πυκνότητα ακτινοβολίας, J_λ^E:φασματική ενεργειακή πυκνότητα ακτινοβολίας.

4.1 Θερμοηλεκτρικοί ενεργειακοί μετασχηματισμοί

Θερμοηλεκτρικοί μετασχηματισμοί καλούνται οι μετασχηματισμοί της μέσης κινητικής ενέργειας του αερίου (θερμοκρασίας) ή της ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας (ενέργεια της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας) σε ηλεκτρικό ρεύμα ή ηλεκτρική τάση. Οι πιό διαδεδομένες εφαρμογές θερμοηλεκτρικών μετασχηματισμών κατατάσονται σε δύο υπερκατηγορίες, σε εκείνες της μεταφερόμενης ενέργειας (επαφής με το προς μέτρηση μέσο) και δι' ακτινοβολίας, καταταγμένες βάσει του τρόπου μεταφοράς της ενέργειας από το μέσον στο αισθητήριο:

1. φαινόμενα μεταφοράς

    - Φαινόμενο θερμοηλεκτρικής μεταβολής της αντίστασης (thermoresistive effect)-

μεταβολή ηλεκτρικής αντίστασης εξαρτημένης από την θερμοκρασία - παθητικά αισθητήρια

- Θερμοηλεκτρικό φαινόμενο (Seebeck effect) και φαινόμενο Peltier (Peltier effect)-η θερμοκρασιακή διαφορά μεταξύ δύο σημείων ενός αγώγιμου ή ημιαγώγιμου υλικού προκαλεί αύξηση του εγκατεστημένου ηλεκτρικού πεδίου και αντίστροφα - ενεργητικά αισθητήρια, θερμοζεύγη
- Φαινόμενο Thomson (Thomson effect)-απορόφηση ή έκλυση θερμότητας κατά μήκος αγωγού όταν διαπερνάται από ηλεκτρικό ρεύμα (σπάνια η εφαρμογή του μέχρι σήμερα)
- Πυροηλεκτρικό φαινόμενο-Μεταβολή ηλεκτρικού φορτίου στην επιφάνεια θερμαινόμενων πολωμένων κρυστάλλων

2. Φαινόμενα μεταφοράς δι΄ ακτινοβολίας

- Φωτοβολταϊκό φαινόμενο-Μετασχηματισμός ενέργειας φωτονίων σε ηλεκτρική κατά την πρόσκρουσή τους σε ημιαγωγούς προκαλεί διαφορά δυναμικού
- Φαινόμενο φωτοεκπομπής (photoemissive effect)-Πρόκληση ροής ηλεκτρικού ρεύματος κατά την πρόσκρουσή φωτονίων στην επιφάνεια ενός αγωγού ή ημιαγωγού υφισταμένου ηλεκτρική τάση
- Φαινόμενο φωτοαγωγιμότητας (photoconductive effect)-Μεταβολή ηλεκτρικής αντίστασης φωτοαγώγιμου υλικού

Εφαρμογές με αισθητήρες θερμοκρασίας ευρείας χρήσης (βιομηχανικής και εργαστηριακής) βασίζονται κυρίως στο φαινόμενο θερμοηλεκτρικής μεταβολής της αντίστασης, στο θερμοηλεκτρικό φαινόμενο και στα φωτοηλεκτρικά φαινόμενα. Παρακάτω θα αναπτύξουμε τον μηχανισμό δύο εκ των παραπάνω φαινομένων, του φαινόμενου θερμοηλεκτρικής μεταβολής της αντίστασης και του θερμοηλεκτρικού φαινομένου. Αισθητήρια βασιζόμενα στα δύο αυτά φαινόμενα αντιδρούν με σχετικά μεγάλη θερμική αδράνεια στις αλλαγές θερμοκρασίας (χρόνος T_{90} ανάπτυξης της ένδειξης στο 90% της τελικής τιμής: $1s \leq T_{90} \leq$3s), με αποτέλεσμα οι μετρήσεις να είναι γεωμετρικά μέσα στους χρονους αυτούς (όπως γεωμετρικό μέσο είναι και η μέση κινητική ενέργεια του αερίου $\langle \frac{1}{2} m\, v^2 \rangle$ βλ. παρ. 3.2). Είναι αισθητήρες χαμηλού κόστους και με αυτούς εκτελούνται *΄ αργές ΄* μετρήσεις ικανοποιητικής βιομηχανικής και εργαστηριακής ακριβείας (απόκλιση περίπου: $2 - 3^oC$).

4.2 Φαινόμενο θερμοηλεκτρικής μεταβολής της αντίστασης (thermoresistive effect)

Ο μετασχηματισμός ενέργειας στο φαινόμενο θερμοηλεκτρικής μεταβολής της αντίστασης βασίζεται στην μεταβολή της ηλεκτρικής αντίστασης αναφοράς $R_0 = \rho_0 \frac{l_0}{A_0}$ με την θερμοκρασία ενός αγωγού (αναφοράς π.χ. σε συνθήκες περιβάλλοντος, όπου ειδική αντίσταση ρ_0, μήκος l_0 και επιφάνεια A_0 στους 20^oC). Η ειδική αντίσταση ρ_0 και οι διαστάσεις του $l_0,\ A_0$, είναι μεγέθη εξαρτημένα από την θερμοκρασία. Γιά τον φυσικό η μεταβολή της ειδικής αντίστασης με την θερμοκρασία οφείλεται στην αλληλεπίδραση θερμοηλεκτρικών διαδικασιών μεταφοράς ενέργειας των στιβάδων ηλεκτρονίων αγώγιμων και ημιαγώγιμων υλικών. Ο μηχανικός θα περιοριστεί στο να περιγράψει την επίδραση αυτή φαινομενολογικά και σ' αυτό σκοπεύουμε παρακάτω. Η μεταβολή της ηλεκτρικής αντίστασης του αγωγού ΔR ανηγμένη στην ονομαστική του R_0 σαν εξαρτημένο μέγεθος από την θερμοκρασία είναι:

$$\frac{\Delta R(T)}{R_0} = \frac{\rho(T)}{\rho_0}\frac{l(T)}{l_0}\frac{A_0}{A(T)} - 1 \tag{4.1}$$

Η συνάρτηση μεταφοράς της ειδικής αντίστασης είναι μη γραμμική και περιγράφεται ως:

$$\rho(T) = \rho_0 \sum_{n=0}^{N} a_n\, T^n = \rho_0\, f_\rho \tag{4.2}$$

Ο λόγος $\frac{l(T)}{A(T)}$ μεταβάλλεται με τη θερμοκρασία μη γραμμικά και μπορεί να περιγραφεί με:

$$\Big[\frac{l(T)}{A(T)}\Big] = \frac{l_0}{A_0}\ \sum_{n=0}^{N} b_n\, T^n = \frac{l_0}{A_0} f_g\,. \tag{4.3}$$

Η εξάρτηση της ειδικής αντίστασης από την θερμοκρασία είναι μή γραμμική και εκφράζεται συνήθως με πολυώνυμα μέχρι και 3ου βαθμού $N = 3$ στην (4.2), ενώ του όγκου (4.3) κατά περιοχές σχεδόν γραμμική για μεταλλικούς αγωγούς και μή γραμμική για ημιαγωγούς. Ο προσδιορισμός των συντελεστων της (4.2) και (4.3) είναι αντικείμενο προσεκτικής εργαστηριακής εργασίας. Η απόλυτη διαφορά της ανηγμένης ηλεκτρικής αντίστασης είναι:

$$d\Big(\frac{\Delta R}{R_0}\Big) = \frac{\partial}{\partial T}\Big(f_\rho f_g - 1\Big)dT = \underbrace{\left(\frac{\partial f_\rho}{\partial T}\right)dT}_{\text{ειδικη αντισταση}} + \underbrace{\left(\frac{\partial f_g}{\partial T}\right)dT}_{\text{μορφη}} \tag{4.4}$$

Ο πρώτος όρος της (4.4) αντιπροσωπεύει την επίδραση της αλλαγής της *ειδικής αντίστασης* και ο δεύτερος την επίδραση της αλλαγής της *μορφής* (όγκου) του αγωγού με τη θερμοκρασία. Μεταλλικοί αγωγοί, όπως η πλατίνα Pt και το νικέλιο Ni, επηρεάζονται σημαντικά από τον πρώτο όρο, ενώ ο δεύτερος είναι τάξεις μεγέθους μικρότερος. Ημιαγώγιμα υλικά, όπως το πυρίτιο Si εμφανίζουν μικρή ευαισθησία του δευτέρου όρου από *ομοιογενείς ή ανομοιογενείς* θερμοκρασιακές διαφορές. Ο δεύτερος όρος (4.4) περιγράφει την επίδραση (στην ηλεκτρική αντίσταση) της γεωμετρικής παραμόρφωσης του τεχνικού υλικού (δείκτης g:geometry) από τη θερμοκρασία. Μεταλλικά υλικά δεν επηρεάζονται αισθητά από τον όρο αυτό σε αντίθεση με τα ημιαγώγιμα, π.χ. Si, Ga.

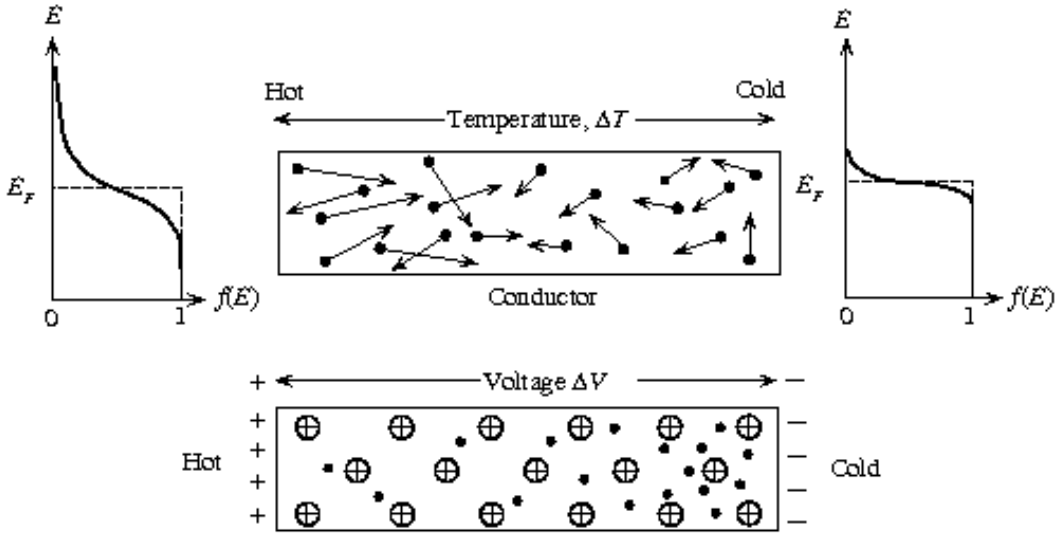
Η (4.4) περιγράφει επιδράσεις θερμοκρασιακών μεταβολών στην αδιάστατη, ανηγμένη αντίσταση. Ο αγωγός δεν υφίσταται μηχανική φόρτιση. Αν σε αντίθεση με την γεωμετρική παραμόρφωση εξ' αιτίας της μεταβολής της θερμοκρασίας, η αλλαγή μορφής προκληθεί εξ' αιτίας μηχανικής φόρτισης (εφαρμογή *ομοιογενούς ή ανομοιογενούς εντατικού* πεδίου, δηλαδή μηχανικών τάσεων), η ηλεκτρική αντίσταση επηρεάζεται δραστικά. Τότε ομιλούμε για το φαινόμενο της *πιεζοηλεκτρικής* μεταβολής της αντίστασης και αυτή η επίδραση δεν εκφράζεται από την (4.4). Πρόκειται για μηχανική επίδραση με ηλεκτρικό αποτέλεσμα. Η (4.4) θα πρέπει να γραφεί τότε με μεταβλητή την μηχανική παραμόρφωση αντί για την θερμοκρασία. Αυτό το φαινόμενο χρησιμεύει στην μέτρηση της πίεσης και θα το επεξεργαστούμε παρακάτω σε ξεχωριστό κεφάλαιο (βλ. παρ. 5.1.1).

Θερμοστοιχεία εκμεταλευόμενα την θερμοηλεκτρική μεταβολή της αντίστασης ενός υλικού αποτελούνται από καθαρά μέταλλα, συνήθως καθαρή πλατίνα Pt σε περιεκτικότητα 99,9%, λόγω της σταθερότητας του συντελεστού του δεύτερου όρου της 4.4, δηλαδή της θερμοκρασιακής ευαισθησίας τους και της αντίστασής τους σε οξείδωση. Θερμοστοιχεία πλατίνας κατασκευάζονται με ωμική αντίσταση αναφοράς $100\,\Omega$ και $1000\,\Omega$ και καλύπτουν περιοχές από $-200\,^oC$ έως $+600\,^oC$ και θεωρούνται αισθητήρια θερμοκρασίας υψηλής ακριβείας σε χαμηλές θερμοκρασίες, ακριβέστερα από τα θερμοζεύγη. Άνω των $+400\,^oC$ παρουσιάζουν μεγαλύτερο στατιστικό εύρος σφάλματος και δεν προτιμώνται.

4.3 Θερμοηλεκτρικό φαινόμενο - φαινόμενο Seebeck

Ένας αγωγός αλουμινίου θερμαίνεται στο ένα άκρο του και ψύχεται στο άλλο (βλ. Σχήμα 4.1). Τα ηλεκτρόνια των στιβάδων αγωγιμότητας του θερμότερου άκρου είναι ενεργητικά πλουσιότερα και έχουν γι' αυτό υψηλότερη μέση ταχύτητα $\langle v^2 \rangle$. Προκαλείται διαπήδηση ηλεκτρονίων από το θερμό άκρο προς το ψυχρό, αφήνοντας θετικά μεταλλικά ιόντα στο θερμό άκρο και

συσσωρεύοντας ηλεκτρόνια στο ψυχρό [15]. Η ροή (διαπήδηση, στην αγγλική ορολογία diffusion) ηλεκτρονίων συντηρείται έως ότου το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ των θετικών ιόντων στο θερμό άκρο και των συσσωρευμένων ηλεκτρονίων στο ψυχρό αποκλείσει περαιτέρω κίνησή τους. Δημιουργείται έτσι διαφορά δυναμικού μεταξύ των άκρων με θετικότερο δυναμικό στο θερμό. Η διαφορά δυναμικού ΔU μεταξύ των άκρων ενός αγωγού ευρισκομένων σε διαφορετικές θερμοκρασίες ΔT καλείται φαινόμενο Seebeck[1].



Σχήμα 4.1: Φαινόμενο Seebeck: θερμοκρασιακό πεδίο κατά μήκος ενός αγωγού αυξάνει την διαφορά δυναμικού

Ένα μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου δίδεται από την διαφορά δυναμικού στα άκρα ως προς την θερμοκρασία $S = \frac{dV}{dT}$. Το μέγεθος S ονομάζεται συντελεστής Seebeck και εξαρτάται από τη θερμοκρασία $S = S(T)$. Η διαφορά δυναμικού είναι ιση με: $\Delta V = \int_{T_0}^{T_1} S(T)dT$

Ο συντελεστής Seebeck S έχει μετρηθεί και πινακοθετηθεί για επιλεγμένα υλικά που παρουσιάζουν τεχνικό ενδιαφέρον και εμφανίζεται στον παρακάτω πίνακα για μερικά από αυτά:

[1]Ο Thomas Seebeck παρατήρησε το 1821 το φαινόμενο αυτό χρησιμοποιώντας δύο αγωγούς, όπως και στο θερμοζεύγος (ο μόνος τρόπος για να επιτύχει το πείραμα). Ήταν ο William Thomson (Lord Kelvin) που έδωσε αργότερα αυτή την εξήγηση

Μέταλλο	S σε $\mu V\,^oK^{-1}$		Μέταλλο	S σε $\mu V\,^oK^{-1}$
Al	-1.6		Mg	-1.3
Pb	-1.15		Pd	-9.0
Pt	-4.45		Mo	+4.71
Li	+14		Cu	+1.7
Ag	+1.38		Au	+1.79

Ο συντελεστής Seebeck S εξαρτάται από την ενεργειακή κατάσταση των στιβάδων ηλεκτρονίων, οι οποίες συμμετέχουν στο φαινόμενο. Ο συντελεστής Seebeck εκτιμάται βάσει ενεργειακών παρατηρήσεων από τους Mott και Jones [15]:

$$S \approx -\frac{2\pi^2 k\,(\frac{1}{2}kT)}{3eE_{FO}} \tag{4.5}$$

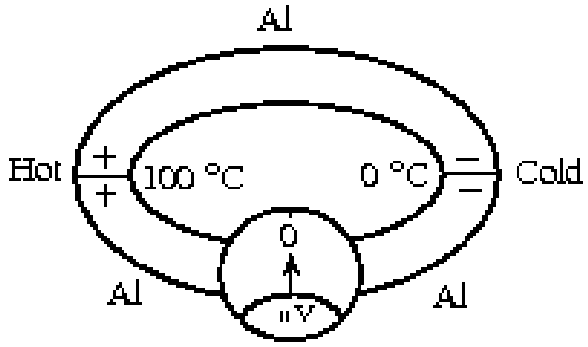
όπου E_{FO} η ενέργεια Fermi στους 0^oK και x μία σταθερά. Η διαφορά θερμοκρασίας, που εκφράζεται στην παρ. 2.3 με την κινητική ενέργεια $\frac{1}{2}kT$ περιγράφεται στην 4.5 με την ενέργεια ορισμένων στιβάδων ηλεκτρονίων υπευθύνων για το θερμοηλεκτρικό φαινόμενο. Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου $U = N\langle\frac{1}{2}mv^2\rangle$ μεταφέρεται μέσω των συγκρούσεών τους με τον αγωγό αλουμινίου και μετατρέπεται έτσι σε ηλεκτρική. Με την διάταξη της εικόνας (4.1) δεν μπορούμε ακόμα να μετρήσουμε θερμοκρασία. Θα εξηγήσουμε παρακάτω τον λόγο.

4.3.1 Θερμοζεύγη

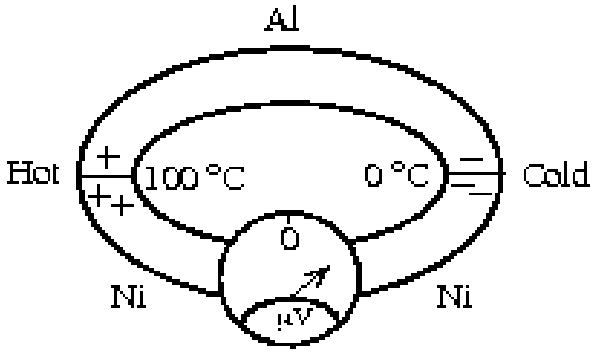
Στο εικόνα 4.2 τα δύο άκρα του θερμοζεύγους ευρίσκονται σε διαφορετικές θερμοκρασίες με $\Delta T = 100^oC$. Η διαφορά δυναμικού στο βολτόμετρο είναι μηδέν, διότι και στους δύο αγωγούς ιδίου υλικού Al, προκαλείται η ίδια διαφορά δυναμικού αντίθετης πολικότητας λόγω αντίστροφης ροής ρεύματος, η οποία αντισταθμίζεται. Η διαφορά θερμοκρασίας δεν προκαλεί ανάλογη διαφορά δυναμικού.

Το φαινόμενο Seebeck αξιοποιείται για θερμομετρήσεις μόνον εάν αντικαταστήσουμε τον ένα αγωγό με κάποιο άλλο υλικό διαφορετικού συντελεστού Seebeck, π.χ. νικέλιο Ni, χαλκό κ.λ.π (βλ. εικόνα 4.3). Η διαφορά δυναμικού θα είναι $V_{AB} = \int_{T_0}^{T_1}(S_A - S_B)dT = \int_{T_0}^{T_1} S_{AB}dT$, όπου S_{AB} ονομάζεται θερμοηλεκτρική ισχύς του θερμοζεύγους. Για παράδειγμα η θερμοηλεκτρική ισχύς που παράγεται από ένα θερμοζεύγος τύπου K - ζεύγος κραμάτων νικελίου-χρωμίου Chromel-Alumel - για 300^oC είναι $S_{AB} \approx 40\mu V$.

Η διαφορά δυναμικού εξαρτάται από την διαφορά των τιμών των συντελεστών Seebeck των δύο υλικών. Η παραγόμενη διαφορά δυναμικού έχει μετρηθεί για ένα πλήθος υλικών σε



Σχήμα 4.2: Θερμοζεύγος αγωγών ιδίου υλικού (αλουμίνιο Al)

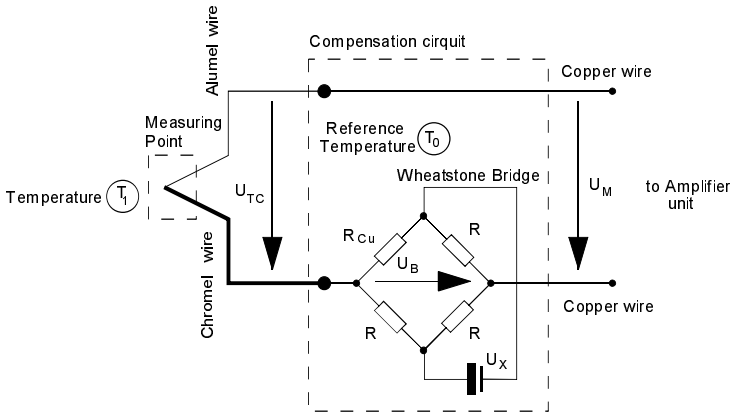


Σχήμα 4.3: Θερμοζεύγος αγωγών διαφορετικού υλικού (αλουμίνιο Al και νικέλιο Ni)

συσχετισμό με την πλατίνα Pt σε θερμοκρασία αναφοράς στους 0^oC για καθαρά πρακτικούς λόγους. Στην αγγλική γλώσσα το δυναμικό ονομάζεται και electro-motoric-force emf. Για ορισμένα υλικά με τεχνική χρησιμότητα το δυναμικό emf φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Υλικό **Στοιχείο**	emf σε mV στους 100^oC	emf σε mV στους 200^oC
Copper Cu	0.76	1.83
Gold Au	0.78	1.84
Aluminium Al	0.42	1.06
Nickel Ni	-1.48	-3.10
Platinum Pt-Reference	0	0
Silver Ag	0.74	1.77
Κράματα θερμοζευγών		
Alumel	-1.29	-2.17
Chromel	2.81	5.96
Constantan	-3.51	-7.45
90% Pt-10% Rh Platinum-Rhodium	-1.6	-1.3

Με το φαινόμενο Seebeck, όπως έχει περιγραφεί παραπάνω, μόνον διαφορές θερμοκρασίας είναι δυνατόν να μετρηθούν. Χρειάζεται πάντοτε ένα σημείο με θερμοκρασία αναφοράς, η οποία θα πρέπει να είναι γνωστή με ικανοποιητική ακρίβεια. Στο εργαστήριο ή ακόμα περισσότερο σε βιομηχανική εφαρμογή δεν είναι βολικό να έχουμε στη διάθεσή μας ένα τέτοιο σημείο, π.χ. ένα δοχείο με υγρό σταθερής θερμοκρασίας T_0.



Σχήμα 4.4: Κύκλωμα μέτρησης θερμοκρασίας με θερμοζεύγος - Το σημείο αναφοράς θερμοκρασίας T_1 ευρίσκεται εντός του κυκλώματος αντιστάθμισης (Γέφυρα Wheatstone με μία αντίσταση χαλκού R_{Cu})

Αντί του δοχείου ή του σημείου αναφοράς γίνεται συχνά χρήση ενός κυκλώματος σταθερής τάσης (βλ. εικόνα 4.4), το οποίο βρίσκεται συνήθως εντός του ενισχυτού σήματος. Το κύκλωμα στην εικόνα 4.4 αποτελείται από μία γέφυρα Wheatstone με τρείς ίδιες αντιστάσεις R και μία διαφορετική R_{Cu}. Η γέφυρα τροφοδοτείται στα δύο της άκρα από μία σταθερή τάση U_X με αποτέλεσμα στα άλλα δύο άκρα να παράγεται σταθερή πτώση τάσης U_B, η οποία είναι η επιθυμητή τάση αναφοράς. Η γέφυρα υφίσταται μικρές μεταβολές θερμοκρασίας, η επίδραση είναι όμως τουλάχιστον τρείς με τέσσερις τάξεις μεγέθους μικρότερη από αυτήν του θερμοζεύγους και θεωρείται γι' αυτό σταθερή.

Κεφάλαιο 5

Μέτρηση πίεσης

Αναζητώντας φαινόμενα για την μέτρηση της πίεσης είναι ευνόητο ότι θα εστιάσουμε την προσοχή μας σε ενεργειακούς μετασχηματισμούς μηχανικών μεγεθών, πράγμα που συνάγεται από τις παρατηρήσεις της παραγράφου 2, καθ' ότι καλούμαστε να μετρήσουμε το σύνολο της ορμής όλων των κρούσεων των μορίων του αερίου, ή υγρού μέσου με την επιφάνεια Α, η οποία αντιδρά στην πίεση $p = \frac{2}{3}\, N\left\langle \frac{m\, v^2}{2} \right\rangle$. Ανάμεσα στο μεγάλο πλήθος των γνωστών φυσικών φαινομένων αναφέρουμε εκείνα που βρίσκουν ευρεία τεχνική εφαρμογή σε σύγχρονα αισθητήρια πίεσης και μετασχηματίζουν την μέση κινητική ενέργεια όλων των μορίων του μέσου, που βρίσκονται κοντά στην επιφάνεια Α, σε μετρήσιμα ηλεκτρικά μεγέθη.

5.1 Μηχανικοί-Ηλεκτρικοί ενεργειακοί μετασχηματισμοί

Οι κυριότεροι ενεργειακοί μετασχηματισμοί αυτής της κατηγορίας είναι :

- Πιεζοηλεκτρικός μετασχηματισμός μεταβολής ηλεκτρικής αντίστασης (piezoresistive effect): Γίνεται χρήση του φαινομένου της μεταβολής της ηλεκτρικής αντίστασης αγωγού ή ημιαγωγού όταν υποστεί μηχανική παραμόρφωση.

- Πιεζοηλεκτρικός μετασχηματισμός μεταβολής ηλεκτρικού φορτίου (piezoelectric effect): Κατά την μηχανική παραμόρφωση ημιαγώγιμων μονοκρυσταλλικών υλικών σχηματίζονται ηλεκτρικά δίπολα που παράγουν μετρήσιμο ηλεκτρικό πεδίο.

- Ηλεκτροστατικός μετασχηματισμός (electrostatic effect): Αντιστροφή του ηλεκτροστατικού φαινομένου κατά το οποίο οι πλάκες ενός πυκνωτού έλκονται από την δύναμη Coulomb όταν υποβάλλονται σε διαφορά δυναμικού U.

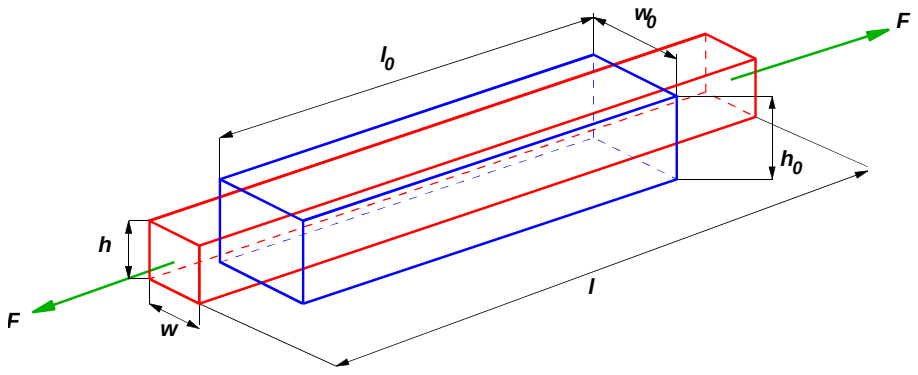
- Ηλεκτροελαστικός μετασχηματισμός - electrostrictive effect: Αντιστροφή του πιεζοηλεκτρικού μετασχηματισμού με την διαφορά, ότι λειτουργεί και για πολυκρυσταλλικά υλικά. Συνήθως χρησιμοποιείται για μικροηλεκτροκίνηση.

- Μαγνητοελαστικός μετασχηματισμός - magnetostrictive effect: Μονοκρυσταλλικά και πολυκρυσταλλικά υλικά που υποβάλλονται σε ισχυρό μαγνητικό πεδίο αλλάζουν μορφή και αντίστροφα.

5.1.1 Πιεζοηλεκτρικός μετασχηματισμός μεταβολής ηλεκτρικής αντίστασης (piezoresistive effect)

Η φαινομενολογική περιγραφή της παραγράφου 4.2 μπορεί να χρησιμοποιηθεί και εδώ με την διαφορά, ότι η μεταβολή της ηλεκτρικής αντίστασης εξαρτάται από την *αλλαγή μορφής* του αγωγού, ο οποίος υφίσταται μηχανική φόρτιση. Η *αλλαγή μορφής* περιγράφεται από την επιμήκυνση $\epsilon = \frac{l-l_0}{lo} = \frac{\Delta l}{l_0}$. Θεωρούμε μεταλλικό αγωγό, ο οποίος υφίσταται μηχανική παραμόρφωση. Η αιτία της παραμόρφωσης είναι για παράδειγμα η ελαστική παραμόρφωση ενός διαφράγματος, στο οποίο είναι επικολλημένος ο αγωγός. Το διάφραγμα υφίσταται την πίεση του αερίου. Η απόλυτη μεταβολή ή αλλοιώς το απόλυτο διαφορικό της ηλεκτρικής αντίστασης ΔR ανηγμένης στην ονομαστική R_0 είναι:

$$d\left(\frac{\Delta R}{R_0}\right) = \frac{\partial\left(\frac{\Delta R}{R_0}\right)}{\partial \varrho} d\varrho + \frac{\partial\left(\frac{\Delta R}{R_0}\right)}{\partial \varepsilon} d\varepsilon = \frac{\partial\left(\frac{\Delta R}{R_0}\right)}{\partial \varrho} \frac{\partial \varrho}{\partial \varepsilon}\, d\varepsilon + \frac{\partial\left(\frac{\Delta R}{R_0}\right)}{\partial \varepsilon} d\varepsilon \tag{5.1}$$



Σχήμα 5.1: Αλλαγή μορφής αγωγού υφισταμένου μηχανική φόρτιση

Στην 5.1 ο όρος $\frac{\Delta R}{R_0}$ υπολογίζεται από την επιμήκυνση του αγωγού ε και την ειδική αντίσταση ϱ_0. Η επιμήκυνση $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ προκαλεί συρρίκνωση στις άλλες δύο διαστάσεις (βλ. εικόνα 5.1) με αποτέλεσμα η επιφάνεια A να λαμβάνει την παρακάτω μορφή:

$$\begin{aligned} w &= w_0 - \nu\,\varepsilon\,w_0 = w_0\,(1-\nu\,\varepsilon) \\ h &= h_0 - \nu\,\varepsilon\,h_0 = h_0\,(1-\nu\,\varepsilon) \\ \Rightarrow A &= w_0\,h_0\,(1-\nu\,\epsilon)^2 = A_0\,(1-2\nu\varepsilon+\nu^2\varepsilon^2), \qquad \nu^2\varepsilon^2 \ll 1 \\ \Rightarrow A &= A_0\,(1-2\,\nu\,\varepsilon) \end{aligned} \tag{5.2}$$

όπου ν ο συντελεστής εγκάρσιας συρρίκνωσης Poisson, ο οποίος μπορεί να θεωρηθεί για μεταλλικά υλικά κατά περιοχές (π.χ. 'ελαστική περιοχή') σταθερός με την επιμήκυνση. Η σχετική αλλαγή της αντίστασης είναι:

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \frac{\varrho}{\varrho_0}\,\frac{1+\varepsilon}{1-2\,\nu\,\varepsilon} \tag{5.3}$$

Με τις (5.1), (5.2), (5.3) και με

$$\frac{\partial\varrho\,(\varepsilon)}{\partial\varepsilon} = f_\varrho(\varepsilon) \tag{5.4}$$

προκύπτει:

$$\begin{aligned} \frac{d\big(\Delta R(\varepsilon)\big)}{R_0} &= \frac{1+\varepsilon}{1-2\nu\varepsilon}\frac{1}{\varrho_0}f_\varrho(\varepsilon)d\varepsilon + \frac{\varrho}{\varrho_0}\frac{(1-2\nu\varepsilon)+(1+\varepsilon)2\nu}{(1-2\nu\varepsilon)^2}d\varepsilon = \\ &= \Big[\frac{1+\varepsilon}{1-2\nu\varepsilon}\,f'_\varrho(\varepsilon)\;+\;\frac{\varrho}{\varrho_0}\,\frac{1+2\nu}{(1-2\nu\,\varepsilon)^2}\Big]d\varepsilon,\;\; f'_\varrho(\varepsilon) = \frac{f_\varrho(\varepsilon)}{\varrho_0} \end{aligned} \tag{5.5}$$

Για διαφορές $d(\Delta R) \cong \Delta R$ και $d\varepsilon \cong \Delta\varepsilon$ προκύπτει από την (5.5):

$$\begin{aligned} \frac{\Delta R}{R_0} = \big(k_1(\varepsilon)+k_2(\varepsilon)\big)\,\Delta\varepsilon, \qquad & k_1(\varepsilon) = \frac{1+\varepsilon}{1-2\nu\varepsilon}\,f'_\varrho(\varepsilon), \\ & k_2(\varepsilon) = \frac{\varrho}{\varrho_0}\,\frac{1+2\nu}{(1-2\nu\varepsilon)^2} \end{aligned} \tag{5.6}$$

Η παράμετρος $k_1(\varepsilon)$ εξαρτάται από την μεταβολή της ειδικής αντίστασης ϱ με την επιμήκυνση, που εκφράζεται από την συνάρτηση f_ϱ στην (5.4) και σε αδιάστατη μορφή από την f'_ϱ. Η ειδική αντίσταση f_ϱ είναι για ημιαγωγούς 40 έως 70 φορές μεγαλύτερη από τα μεταλικά υλικά και κατά συνέπεια η $k_1(\varepsilon)$ είναι κατά 1 έως 2 τάξεις μεγέθους μεγαλύτερη. Η υψηλότερη ευαισθησία της ειδικής αντίστασης των ημιαγωγών σε συνδυασμό με τις σύγχρονες διαδικασίες κατασκευής μικρομηχανικών συστημάτων καθιστά την τεχνολογία αυτή τεχνολογία αιχμής στην παραγωγή αισθητηρίων υψηλής ακριβείας και ευαισθησίας (για περισσότερες πληροφορίες σχεδιασμού και κατασκευής μικρομηχανικών συστημάτων βλ. [16].

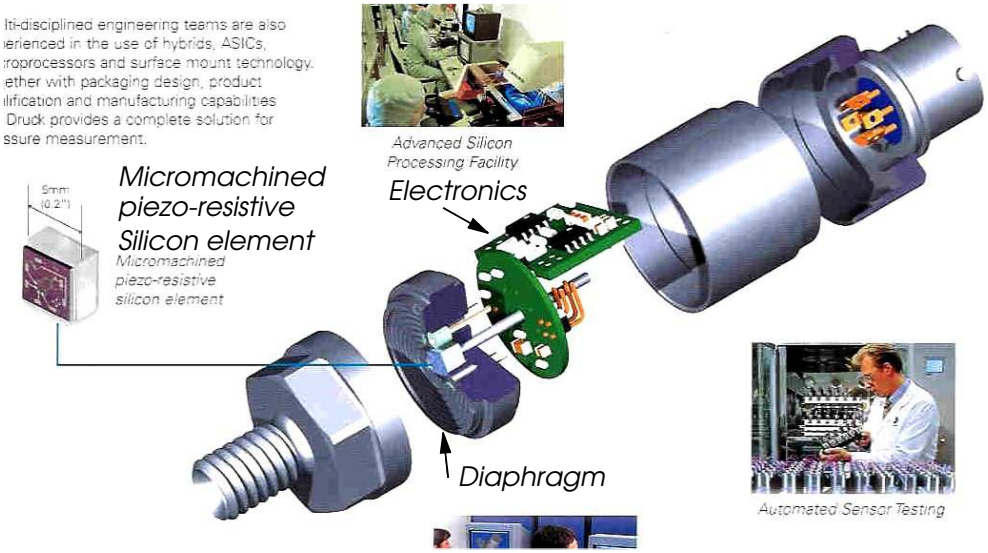
Η παράμετρος $k_2(\varepsilon)$ εξαρτάται ελάχιστα από την αλλαγή μορφής, άν λάβουμε υπ' όψη μας, ότι η ελαστική επιμήκυνση ενός μονοκρυσταλλικού ή πολυκρυσταλλικού υλικού είναι της τάξης του 10^{-4} έως 10^{-3} και με $\frac{\varrho}{\varrho_0} \approx 1$ η $k_2(\varepsilon) = k_2 \approx 1.6$ είναι σταθερά.

Σχήμα 5.2: Μικρομηχανικά στοιχεία σε δίσκο πυριτίου (Wafer) με μικροκατεργασμένα πιεζοηλεκτρικά αισθητήρια

Στην εικόνα 5.2 απεικονίζονται μικρομηχανικά στοιχεία ενός αισθητηρίου πίεσης της εταιρίας DRUCK κατεργασμένα στην επιφάνεια ενός δίσκου πυριτίου (Wafer). Ο αισθητήρας με εγκατεστημένο το στοιχείο αίσθησης φαίνεται στην εικόνα 5.3. Η μία πλευρά του διαφράγματος υποβάλλεται στην πίεση που μετράμε. Εάν η άλλη πλευρά, που έχει πρόσωπο στο εσωτερικό του αισθητηρίου, ευρίσκεται σε κενό ο αισθητήρας αισθάνεται την **απόλυτη** πίεση,

διαφορετικά εάν υφίσταται την ατμοσφαιρική, η πίεση που αισθάνεται είναι **σχετική**.

Η περιοχή γύρω από το κέντρο του διαφράγματος, όπου είναι προσαρμοσμένο το στοιχείο αίσθησης, παραμορφώνεται αξονοσυμμετρικά (προκαλείται κοίλωμα στην πλευρά της πίεσης) και την μορφή του ακολουθεί το μικρομηχανικό στοιχείο μέτρησης. Η παραμόρφωση του στοιχείου επιφέρει την μεταβολή της αντίστασης, η καμπύλη μεταφοράς γραμμικοποιείται και το σήμα ενισχύεται ώστε το κύκλωμα να αποδώσει μια γραμμική με την πίεση διαφορά δυναμικού ή ρεύματος στους ακροδέκτες του αισθητηρίου. Τα αισθητήρια πίεσης που θα χρησιμοποιήσουμε στην μέτρηση της ροής είναι αισθητήρια απόλυτης πίεσης.



Σχήμα 5.3: Αισθητήριο πίεσης με μικρομηχανικό στοιχείο πυριτίου βασιζόμενο στο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο μεταβολής της αντίστασης

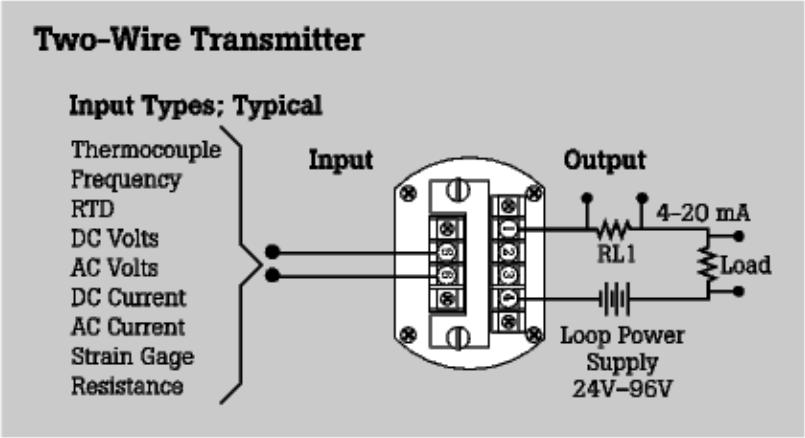
Κεφάλαιο 6

Μέτρηση ηλεκτρικής τάσης ενεργών και παθητικών αισθητηρίων με μεταδότες (Transmitters)

Η επεξεργασία του σήματος συμβαίνει εντός του ηλεκτρικού κυκλώματος του μεταδότη. Εκεί η τάση του αισθητηρίου ενισχύεται, γραμμικοποιείται εάν το φαινόμενο που γίνεται χρήση δεν είναι γραμμικό (π.χ. θερμοζεύγος) και μεταδίδεται συνήθως σαν αναλογικό ηλεκτρικό ρεύμα ή τάση προς το σύστημα συλλογής δεδομένων. Σύγχρονα συστήματα μετάδοσης μετατρέπουν το σήμα από αναλογικό σε ψηφιακό, εάν η ανάγνωσή του πρόκειται να γίνει ψηφιακά. Ένας κοινός μεταδότης δύο αγωγών (βλ. εικόνα 6.1) μπορεί να διαβάσει κάθε είδους σήμα σαν διαφορά δυναμικού (τάση) από το αισθητήριο, να το μετατρέψει σε αναλογικό ρεύμα και να το γραμμικοποιήσει, ώστε στα άκρα της εξόδου του να αποδίδεται μια γραμμική συσχέτιση μεταξύ του φυσικού μεγέθους και του ρεύματος εξόδου. Για μακρυνές αποστάσεις μετάδοσης (άνω των 10 μέτρων) χρησιμοποιούμε συνήθως μεταδότες **ρεύματος** που κυμαίνεται μεταξύ $4mA$ και $20mA$, διότι ο αγωγός χαμηλού ρεύματος είναι ολιγώτερο ευαίσθητος σε επιδράσεις ηλεκτρικών πεδίων από τις εγκαταστάσεις του μηχανοστασίου, εργαστηριακού χώρου κ.λ.π.

Το όργανα ανάγνωσης είναι συνήθως βολτόμετρα. Το ηλεκτρικό ρεύμα, γραμμικά ανάλογο πλέον με το φυσικό μέγεθος διαβαζεται σαν πτώση τάσης σε μία αντίσταση ακριβείας κοντά στο σημείο ανάγνωσης. Οι μεταδότες επιτρέπουν συνολική αντίσταση γραμμής μετάδοσης μέχρι 500Ω, δηλ. πτώση τάσης μέχρι $10V$.

Η μέτρηση με την διάταξη της εικόνας 6.1 απαιτεί την σύγκριση του μετρούμενου μεγέθους (πίεση, θερμοκρασία, τάση κ.λ.π.) με κάποια γνωστή μονάδα. Στην εισαγωγή (παράγραφος



Σχήμα 6.1: Μεταδότης δύο αγωγών

1) προτείναμε την σύγκριση της πίεσης με την ατμοσφαιρική μετρώντας την σχετική πίεση χωρίς να χρειαστεί ιδιαίτερη φροντίδα ορισμού ενός προτύπου. Εδώ θα πρέπει να ορίσουμε την γραμμική αναλογία της διάταξης, δηλαδή την κλίση και το σημείο τομής της ευθείας μεταφοράς με τον εξαρτημένο άξονα (βλ. εικόνα 6.2).

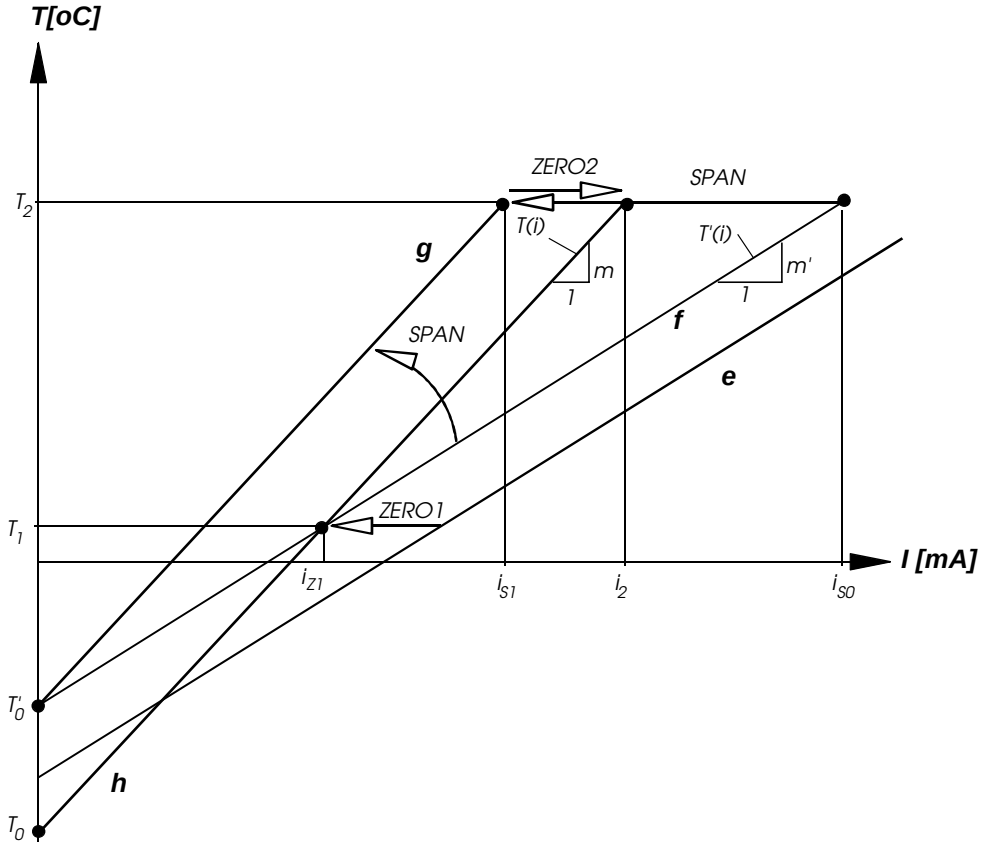
Για να οριστεί η ευθεία μεταφοράς χρειάζονται δύο σημεία ή ένα σημείο και μια κλίση. Για τον σκοπό αυτό οι μεταδότες, ενισχυτές τάσης και γενικά τα όργανα επεξεργασίας του σήματος έχουν ρυθμίσεις για τις δύο αυτές παραμέτρους. Στην εικόνα 6.2 ο μεταδότης είναι αρχικά αυθαίρετα ρυθμισμένος και ακολουθεί την ευθεία e. Χρειάζονται δύο σημεία ρύθμισης: $\{i_{Z1}\ T_1\}$ και $\{i_2\ T_2\}$, δηλαδή δύο θερμοκρασίες και η αντιστοιχία τους στον άξονα του ρεύματος. Οι εστίες σταθερής θερμοκρασίας T_1, T_2 εντός $0.5\,^oC$ καθορίζονται από ειδικές συσκευές - φούρνους μεγάλης θερμοκρασιακής σταθερότητας, που ονομάζονται βαθμονομητές. Η διαδικασία βαθμονόμησης της γραμμής μέτρησης ακολουθεί τα παρακάτω βήματα:

1. Ο αισθητήρας υποβάλλεται στην θερμοκρασία T_1 και ισορροπεί θερμικά $\rightarrow$ ρύθμιση του ρεύματος εξόδου του μεταδότη i_{Z1} (ρύθμιση στον μεταδότη του ρυθμιστή με το διακριτικό $''ZERO''$ -τόξο $ZERO1$ στην εικόνα 6.2) - Η ευθεία e μεταφέρεται παράλληλα στο σημείο $\{i_{Z1}; T_1\}$, η διάταξη αποκτά την συμπεριφορά της ευθείας f.

2. Ο αισθητήρας υποβάλλεται στην θερμοκρασία T_2 και ισορροπεί θερμικά $\rightarrow$ ρύθμιση του ρεύματος εξόδου του μεταδότη i_{S1} (ρύθμιση κλίσης στον μεταδότη του ρυθμιστή με το διακριτικό $''SPAN''$-τόξο $SPAN$ στην εικόνα 6.2) -Η ευθεία f περιστρέφεται γύρω από το σημείο $\{0; T_0'\}$, η διάταξη αποκτά την συμπεριφορά της ευθείας g.

3. Ο αισθητήρας παραμένει στην θερμοκρασία $T_2 \rightarrow$ ρύθμιση του ρεύματος εξόδου του μεταδότη i_2 (δεύτερη ρύθμιση στον μεταδότη του ρυθμιστή με το διακριτικό $''ZERO''$-τόξο $ZERO2$ στην εικόνα 6.2) -Η ευθεία **g** μετατοπίζεται παράλληλα στο σημείο $\{i_2; T_2\}$, η διάταξη αποκτά την συμπεριφορά της ευθείας **h**, που είναι η επιθυμητή.

Οι υπολογισμοί των εξισώσεων των ευθειών είναι στοιχειώδεις και δεν θα αναφερθούμε περαιτέρω. Η διαδικασία αυτή θα χρησιμοποιηθεί για την βαθμονόμηση των δύο αισθητηρίων θερμοκρασίας (θερμοζεύγος και θερμοστοιχείο Pt100) κατά την μέτρηση ροής.



Σχήμα 6.2: Διάγραμμα προσαρμογής παραμέτρων ενισχυτού και αισθητηρίου: **e**: ευθεία συσχέτισης φυσικού μεγέθους (θερμοκρασίας T) και ρεύματος i άγνωστης κλίσης m' και σημείου τομής με τον άξονα Τ, **f**: ευθεία $T'(i) = m'\, i + T'_0$ με δύο σημεία γνωστά $\{i_{Z1}; T_1\}$ και $\{i_{S0}; T_2\}$, **g**: ευθεία $T(i) = m\, i + T'_0$ με επιθυμητή κλίση προσαρμογής m (περνά από το σημείο T'_0), **h**: προσαρμοσμένη ευθεία $T(i) = m\, i + T_0$ με επιθυμητή κλίση m και ύψος T_0

Κεφάλαιο 7

Μέτρηση ροής

7.1 Μέθοδοι διαφράγματος

7.1.1 Ισοζύγιο Ενέργειας

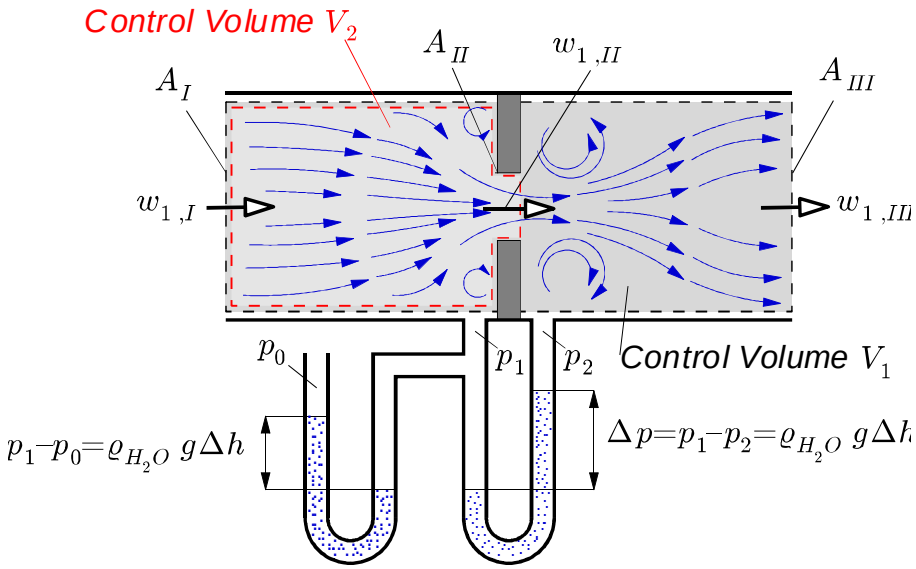
Στην αρχή λειτουργίας του ροομέτρου της εικόνας 7.1 βασίζονται συμβατικά όργανα μέτρησης παρεχόμενης μάζας αερίου. Με μια παρόμοια διάταξη μετράμε την παρεχόμενη μάζα ατμοσφαιρικού αέρα στον κινητήρα DIESEL στην εργαστηριακή άσκηση EII-A7:Μέτρηση Ισχύος Κινητήρα DIESEL και την παρεχόμενη μάζα νερού στην εργαστηριακή άσκηση ΕΝΜ Ι-Α6:Μέτρηση Συντελεστού Απόδοσης Αντλίας.

Στη συνέχεια θα οδηγηθούμε μέσω της αναλυτικής μεθόδου από το ισοζύγιο των ενεργειών στον ενεργειακό μετασχηματισμό δυναμικής και κινητικής ενέργειας, από τον οποίο θα εξάγουμε την ταχύτητα του μέσου w και την μαζική ροή της $\dot{m}$.

Παρατηρούμε το ανοικτό σύστημα της εικόνας 7.1 που περιορίζει ο χώρος V_2, από το οποίο διέρχεται ατμοσφαιρικός αέρας δια μέσου της διατομής A_I με ταχύτητα εισόδου $v_{1,I}$ και της διατομής A_{II} με ταχύτητα εξόδου $v_{1,II}$. Το σύνολο της ενέργειας του συστήματος U και της κινητικής ενέργειας K είναι με ϱ την πυκνότητα (εφ' εξής θα χρησιμοποιούμε μεγέθη με μικρά γράμματα που είναι ανηγμένα στην μάζα: $u = \frac{U}{m}$, $w_i = \frac{v_i}{m}$):

$$U + K = \frac{1}{V}\int\limits_V \Big(U + \frac{1}{2} m\, w_i^2\Big) dV = \int\limits_V \varrho\Big(u + \frac{1}{2} w_i^2\Big) dV \tag{7.1}$$

Η χρονική μεταβολή της δεξιάς πλευράς της [7.1] θα μας δώσει το άθροισμα της θερμικής



Σχήμα 7.1: Ροή ατμοσφαιρικού αέρα μέσω διαφράγματος, χώρος ελέγχου V_1, χώρος ελέγχου V_2

και της μηχανικής ισχύος:

$$\frac{d}{dt}\int_V \varrho\Big(u + \frac{1}{2}w_i^2\Big)dV = \frac{dW}{dt} + \frac{dQ}{dt} \tag{7.2}$$

Την μηχανική ισχύ υπολογίζουμε από την ορμή $dP_i = d(m\, w_i)$ στις τρείς διευθύνσεις του χώρου $i = 1,\ 2,\ 3$, ανηγμένη στην μονάδα όγκου dV:

$$\frac{dP_i}{dV} = \frac{d(m\, w_i)}{dV} = \frac{dm}{dV}w_i + m\frac{dw_i}{dV} = \frac{dm}{dV}w_i = \varrho w_i, \qquad \frac{dw_i}{dV} = 0 \tag{7.3}$$

με $\varrho = \frac{dm}{dV}$ την πυκνότητα του αερίου. Η συνολική ορμή του όγκου V_2 είναι $P_i = \int_V \varrho w_i dV$ και η αδρανειακή δύναμη αντίδρασης του όγκου:

$$\frac{dP_i}{dt} = \frac{d}{dt}\int_V \varrho w_i\, dV \tag{7.4}$$

7.1.2 Δυνάμεις επιφανείας - Ισορροπία

Οι αδρανειακές δυνάμεις ενός στοιχειώδους όγκου συντηρούν την ισορροπία με το σύνολο (την συνισταμένη) των δυνάμεων που δρούν στην επιφάνεια που τον περιβάλλει. Η συνισταμένη

όλων των δυνάμεων αυτών που επιδρούν στούς στοιχειώδεις όγκους ολόκληρης της μάζας που παρατηρούμε είναι:

$$\sum F_{Area\,dA} = \int\limits_{\partial V} t_j \, dA = \int\limits_{\partial V} t_{ji} \, n_i \, dA \tag{7.5}$$

Συμβολίζουμε την επιφάνεια του χώρου που περιορίζει το σύστημά μας με το αέριο με ∂V, στην οποία οφείλουμε να ολοκληρώσουμε την [7.5] [1]. Για να αποφύγουμε περιττή πολυπλοκότητα θεωρούμε ότι η δύναμη $t_j \, dA$ βρίσκεται στο επίπεδο που ορίζουν τα ανύσματα x_1 και x_2 (το άνυσμα $t_j \, dA$ περιγράφεται με τις συντεταγμένες x_1 και x_2, ενώ η $x_3 = 0$). Την σημασία των συντεταγμένων του τανυστή t_{ji} αναγνωρίζουμε από την εικόνα 7.2. Η $t_{ji} \, dA$ είναι για $j = i = 1$ η κάθετη συντεταγμένη στην επιφάνεια dA και για $j \neq i, j = 1, i = 2$ η εφαπτομένη. Σε αντίθεση με την τάση t_j, ο τανυστής t_{ji} είναι ανεξάρτητος από την κατεύθυνση της επιφάνειας dA. Η αναγώριση του προσανατολισμού των δυνάμεων επιφανείας θα μας χρησιμεύσει παρακάτω να προσδιορίσουμε οριακές συνθήκες χωρίς να χρειαστεί να επιλύσουμε τις γενικές εξισώσεις του συστήματος, πράγμα πολύ χρήσιμο για γενικευμένες παρατηρήσεις.

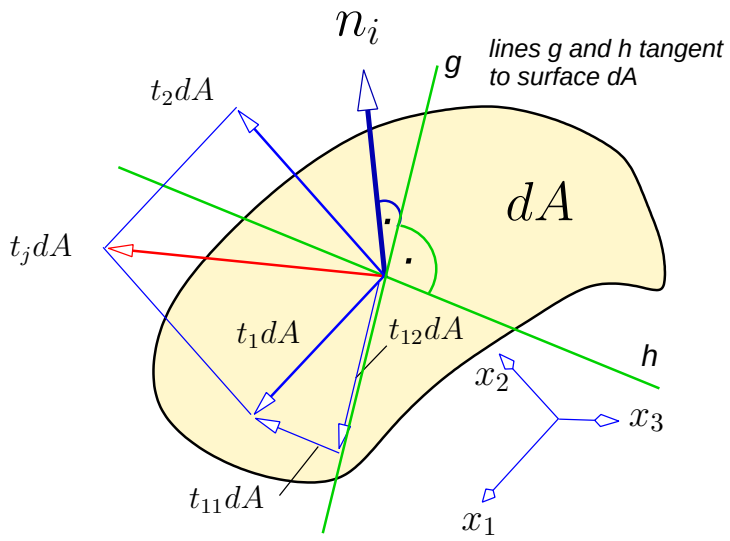
7.1.3 Ισοζύγιο ορμής

Το ισοζύγιο της ορμής ('balance of momentum') διατηρείται από τις δυνάμεις αδρανείας [7.3] και τις δυνάμεις επιφανείας [7.5]. Από τις [7.4] και [7.5] προκύπτει:

$$\frac{d}{dt} \int\limits_{V} \varrho w_i \, dV = \int\limits_{\partial V} t_{ji} \, n_i \, dA \tag{7.6}$$

Το ολοκλήρωμα της δεξιάς πλευράς της [7.6] εκτείνεται πάνω από την επιφάνεια του συστήματος που συμβολίζεται με ∂V, η οποία είναι μεταβλητή σε συνάρτηση με τον χρόνο. Τέτοια συστήματα μεταβάλλουν τα όριά τους με τον χρόνο· οι επιφάνειές τους κινούνται και οι όγκοι τους αλλάζουν μορφή και μέγεθος. Εδώ θα μας απασχολήσει αποκλειστικά ένα σύστημα, το οποίο δεν υφίσταται τέτοιες αλλαγές: είναι στατικό. Η μηχανική ισχύς που παράγεται ή αναλώνεται (ανάλογα με το πρόσημο) στο σύστημά μας προκύπτει από το γινόμενο

[1] Επεξήγηση συνιστωσών της τάσης t_j: Στην εικόνα 7.2 εμφανίζεται μία στοιχειώδης επιφάνεια dA όγκου dV. Οι ευθείες **g** και **h** εφάπτονται στην επιφάνεια dA και είναι κάθετες μεταξύ τους. Κάθετο στο επίπεδο των δύο ευθειών είναι το μοναδιαίο άνυσμα n_i και ορίζει έτσι την κατεύθυνση της επιφάνειας dA. Η δύναμη $t_j \, dA$ είναι η j-συνιστώσα όλης της δύναμης που επιδρά στον στοιχειώδη όγκο και ταυτοχρόνως το άθροισμα από όλες τις δυνάμεις που δρούν στην επιφάνεια dA



Σχήμα 7.2: Δυνάμεις επιφανείας $t_{ji}\, dA$

των όρων της [7.6] με την ταχύτητα w_j, που είναι η ταχύτητα με την οποία ταξιδεύει η επιφανεια dA:

$$\left\{ \frac{d}{dt} \int\limits_V \varrho w_i \, dV \right\} w_j = \int\limits_{\partial V} t_{ji} \, n_i \, w_j \, dA = \frac{dW}{dt} \tag{7.7}$$

7.1.4 Ενεργειακό Ισοζύγιο

Έχουμε ορίσει την μηχανική ισχύ $\frac{dW}{dt}$ στην δεξιά πλευρά της [7.2] και υπολείπεται ο ορισμός της θερμικής ισχύος για να την συμπληρώσουμε. Την απορρόφηση ή έκλυση θερμικής ισχύος από την επιφάνεια του όγκου ∂V ορίζουμε με:

$$\frac{dQ}{dt} = - \int\limits_{\partial V} q_i \, n_i \, dA \tag{7.8}$$

όπου $\mathbf{q_i}$ είναι το άνυσμα της ροής θερμότητας (ποσότητα θερμότητας στην μονάδα του χρόνου). Στην [7.8] έχουμε για $\frac{dQ}{dt} = 0$ αδιαβατικό σύστημα, για $\frac{dQ}{dt} > 0$ απορρόφηση και για $\frac{dQ}{dt} < 0$ έκλυση θερμότητας. Το άνυσμα της ροής θερμότητας q_i κατευθύνεται προς το εσωτερικό του όγκου κατά την απορρόφηση θερμότητας και αντίθετα κατά την έκλυση. Έχοντας ορίσει την μηχανική και θερμική ισχύ η [7.2] λαμβάνει με τις [7.7] και [7.8] την

μορφή:

$$\frac{d}{dt}\int\limits_V \varrho \underbrace{\left(u+\frac{1}{2}w_i^2\right)}_{\mathcal{U}_i} dV + \int\limits_{\partial V}(-t_{ji}\,w_j + q_i)\,n_i\,dA\; = 0 \tag{7.9}$$

Το πεδίο της ενέργειας $(\varrho\,\mathcal{U}_i)$ είναι η δυναμική και κινητική ενέργεια ανηγμένες στη μάζα και εξαρτάται από τον χρόνο t και τις συντεταγμένες $x_i,\ i=1,2,3$ του τόπου, $(\varrho\mathcal{U}_i) = \varrho\mathcal{U}(t,x_i)$. Γράφουμε το απόλυτο διαφορικό της ενέργειας $(\varrho\,\mathcal{U}_i)$:

$$d(\varrho\,\mathcal{U}_\mathrm{i}) = \frac{\partial(\varrho\,\mathcal{U}_i)}{\partial t}\,dt + \frac{\partial(\varrho\,\mathcal{U}_i)}{\partial x_i}\,dx_i \Rightarrow \frac{d(\varrho\,\mathcal{U}_i)}{dt} = \frac{\partial(\varrho\,\mathcal{U}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\varrho\,\mathcal{U}_i)}{\partial x_i}\,\frac{dx_i}{dt} \tag{7.10}$$

Με τις ταχύτητες $w_i = \frac{dx_i}{dt}$ για τις συντεταγμένες $i=1,2,3$ η [7.10] γράφεται:

$$\frac{d(\varrho\,\mathcal{U}_i)}{dt} = \frac{\partial(\varrho\,\mathcal{U}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\varrho\,\mathcal{U}_i)}{\partial x_i}\,w_i \tag{7.11}$$

Η [7.11] ονομάζεται **υλική παράγωγος** και περιγράφει την μεταβολή της ποσότητας (κάθε ποσότητας που περιγράφεται ως πεδίο) $(\varrho\,\mathcal{U}_\mathrm{i})$ σχετικά με ένα σταθερό σύστημα συντεταγμένων. Ο πρώτος όρος της [7.11] περιγράφει χρονικές μεταβολές της ενέργειας με σταθερό τον τόπο, π.χ. μεταφορά πεδίου θερμότητας στο σημείο που παρατηρούμε στο σύστημα συντεταγμένων, και ο δεύτερος όρος περιγράφει τις μεταβολές της ενέργειας κατά την τροχειά του υλικού στοιχείου στον χώρο κρατώντας σταθερό τον χρόνο, δηλαδή την στιγμή t. Ο πρώτος όρος δίνει συνεπώς τιμές μονον για μεταβατικά συστήματα και μηδενίζεται για στατικά. Ο δεύτερος όρος δεν μηδενίζεται για στατικά συστήματα.

Ένα παράδειγμα για την υλική παράγωγο είναι το εξής: Φανταζόμαστε ένα όχημα που ταξιδεύει και προερχόμενο από πεδινή περιοχή την στιγμή που εισέρχεται σε ένα δάσος περνά από το σημείο εκείνο ένα απότομο ψυχρό ρεύμα. Ο οδηγός αισθάνεται την στιγμή εκείνη το αποτέλεσμα δύο μεταβολών: την αλλαγή της θερμοκρασίας επειδή εισήλθε από την πεδιάδα σε δάσος και την πτώση της εξ αιτίας του ψυχρού ρεύματος. Η πρώτη μεταβολή περιγράφεται από τον τοπικό όρο της 7.11 (δεύτερος όρος $\frac{\partial(\varrho\,\mathcal{U}_i)}{\partial x_i}\,w_i$) και η δεύτερη από τον χρονικό.

Για ανοικτά συστήματα, όπου όγκος ελέγχου δεν μεταβάλεται με τον χρόνο, ισχύει $\frac{d}{dt}\int\limits_V \ldots dV = \int\limits_V \frac{d}{dt}\ldots dV$. Το ολοκλήρωμα του πρώτου όρου της [7.9] είναι:

$$\frac{d}{dt}\int\limits_V (\varrho\,\mathcal{U}_i)\,dV = \int\limits_V \frac{d}{dt}(\varrho\,\mathcal{U}_i)\,dV = \int\limits_V \Big\{\frac{\partial(\varrho\,\mathcal{U}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\varrho\,\mathcal{U}_i)}{\partial x_i}w_i\Big\}dV \tag{7.12}$$
$$= \int\limits_V \frac{\partial(\varrho\,\mathcal{U}_i)}{\partial t}dV + \int\limits_V \frac{\partial(\varrho\,\mathcal{U}_i)}{\partial x_i}w_i\,dV$$

Με τον μετασχηματισμό του δεύτερου ολοκληρώματος της [7.12] από ολοκλήρωμα γύρω από έναν όγκο σε ολοκλήρωμα γύρω από την περιβάλουσα επιφάνειά του χρησιμοποιώντας τον κανόνα του Gauss:

$$(Gauss): \quad \int\limits_V \frac{\partial(\varrho\,\mathcal{U}_i)}{\partial x_i}\,dV = \int\limits_{\partial V} (\varrho\,\mathcal{U}_i)\,n_i\,dA \tag{7.13}$$

η [7.12] παίρνει την μορφή:

$$\int\limits_V \frac{d}{dt}(\varrho\,\mathcal{U}_i)\,dV = \int\limits_V \frac{\partial(\varrho\,\mathcal{U}_i)}{\partial t}\,dV + \int\limits_{\partial V} (\varrho\,\mathcal{U}_i)\,w_i\,n_i\,dA \tag{7.14}$$

Το ολοκλήρωμα της ενέργειας διασπάται στην [7.14] σε έναν όρο που μεταβάλεται με τον χρόνο και αποδίδει τιμές μόνον σε μεταβατικά συστήματα, και σε έναν όρο πού μεταβάλεται με τις συντεταγμένες του υλικού στοιχείου στον χώρο.

Με την [7.14] για ένα ανοικτό ακίνητο σύστημα, δηλαδή όπου η ενέργεια του συστήματος $(\varrho\,\mathcal{U}_\mathbf{i})$ μεταβάλεται με το χρόνο, ενώ τα όρια του συστήματος παραμένουν χρονικά σταθερά, η [7.9] γράφεται (βλ. [9]):

$$\int\limits_V \frac{\partial(\varrho\,\mathcal{U}_i)}{\partial t}dV + \int\limits_{\partial V} \{\underbrace{(\varrho\,\mathcal{U}_i)\,w_i}_{\text{μεταφερόμενη}} - \underbrace{t_{ji}\,w_j + q_i}_{\text{μη μεταφερόμενη}}\}n_i\,dA = 0 \tag{7.15}$$

Ανακεφαλαιώνοντας, η [7.15] περιγράφει το ισοζύγιο της ενέργειας (1ο θερμοδυναμικό αξίωμα) και δηλώνει, ότι η χρονική μεταβολή της ενέργειας $(\varrho\,\mathcal{U}_\mathbf{i})$ ενός συστήματος διατηρεί ισοζύγιο με το άθροισμα των ενεργειών που ανταλλάσσονται με το σύστημα. Ο όρος με την σημείωση 'μεταφερόμενη', επίδραση «μεταφοράς» του υλικού στοιχείου, προκύπτει από την ολοκλήρωση του πεδίου της ενέργειας (πρώτου όρου της [7.9]) και περιγράφει την ενέργεια που μεταβάλεται συναρτήσει του τόπου, δηλαδή ενέργεια που εξαρτάται μόνο από τις συντεταγμένες

του καρτεσιανού συστήματος αναφοράς και δεν εξαρτάται από τον χρόνο. Οι όροι με την σημείωση 'μη μεταφερόμενη' περιγράφουν ενέργεια που ανταλλάσει ο όγκος προερχόμενη από εσωτερικές τριβές (όρος $t_{ji}\ w_j$) και ροή θερμότητας από το περιβάλον (όρος q_i). Από την [7.15] έχουμε αποκλείσει την μεταφορά ενέργειας δι' ακτινοβολίας, όπως επίσης και την δυναμική ενέργεια, π.χ. ένα πεδίο βαρύτητας.

Επιλέξαμε στο κεφάλαιο αυτό την εξαγωγή των εξισώσεων του ισοζυγίου της ενέργειας του συστήματος από την διατήρηση της ορμής, την διατήρηση της ισορροπίας των δυνάμεων επιφανείας με τις δυνάμεις αδρανείας και την ανταλλαγή θερμότητας του συστήματος καταλήγοντας στην γενικευμένη εξίσωση [7.15]. Στη συνέχεια θα εφαρμόσουμε παραδοχές με σκοπό να εξάγουμε αριθμητικό αποτέλεσμα για το σύστημά μας χωρίς να χρειαστεί να επιλύσουμε την [7.15].

7.1.5 Υπολογισμός της ροής

Για τον υπολογισμό της ροής αέρα μέσω του διαφράγματος στην εικόνα 7.1 θα θεωρήσουμε ότι:

1. Ο χώρος V_2 δεν ανταλλάσσει θερμότητα με το περιβάλλον του και συνεπώς $\mathbf{q_i = 0}$.
2. Επιδρά ομογενές πεδίο πίεσης p (υδροστατική κατάσταση) με αποτέλεσμα ο τανυστής t_{ji} να λάβει την μορφή $t_{ji} = -p\,\delta_{ji}$.
3. Το σύστημα είναι χρονικά αμετάβλητο· ο όρος $\int\limits_V \frac{\partial}{\partial t}\,(\varrho\,\mathbf{h})\,dV = 0$ μηδενίζεται.

Με τις παραπάνω παραδοχές η [7.15] γράφεται:

$$\int\limits_{\partial V} \Big\{ \varrho\Big(u + \frac{1}{2}w^2\Big)\,w_i + p\,\delta_{ji}\,w_j \Big\}\,n_i\,dA = 0$$

$$\Rightarrow \int\limits_{\partial V} \Big\{ u + \frac{1}{2}w^2 + \frac{p}{\varrho} \Big\} w_i\,n_i\,dA = 0 \qquad (7.16)$$

Στο περίβλημα του όγκου V_2 στην εικόνα 7.1 ο αέρας περιορίζεται από τον σωλήνα. Στην επιφάνεια του περιβλήματος ισχύει: $w_i\,n_i = 0$. Αυτό σημαίνει, ότι μόνον οι επιφάνειες A_I και A_{II} παρέχουν τιμές στο ολοκλήρωμα της [7.16]. Θεωρώντας τα πεδία ϱ, p, u και w ομογενή και με την συνθήκη της συντήρησης της μάζας

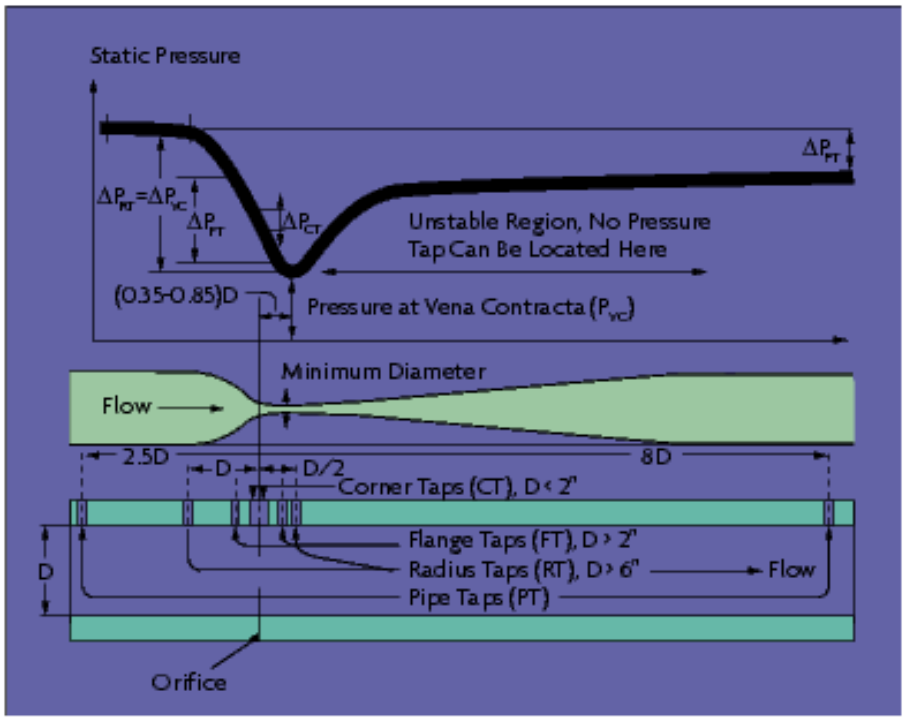
$$\frac{dm}{dt} = \dot{m} = \varrho\, w_1\, A = const. \tag{7.17}$$

προκύπτει:

$$u + \frac{p}{\varrho} + \frac{1}{2}w_1^2\bigg|_{Area\ I} = u + \frac{p}{\varrho} + \frac{1}{2}w_1^2\bigg|_{Area\ II} \Rightarrow u + \frac{p}{\varrho} + \frac{1}{2}w_1^2 = const. \tag{7.18}$$

Η ενέργεια u στην [7.18] είναι ανηγμένο μεγέθος στην μάζα m. Ο όρος $u + \frac{p}{\varrho}$ είναι η ειδική ενθαλπία h. Η [7.18] εκφράζει ότι:

Η ειδική κινητική ενέργεια της ροής $\frac{1}{2}w_1^2$ αυξάνεται εις βάρος της ειδικής ενθαλπίας $h = u + \frac{p}{\varrho}$, δηλαδή εις βάρος της περιεχόμενης «πυκνότητας ενέργειας» του αερίου· με άλλα λόγια η περιεχόμενη ενέργεια του όγκου ελέγχου μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια.



Σχήμα 7.3: Πτώση πίεσης κατά μήκος ροομέτρου διαφράγματος

Στην εικόνα 7.3 φαίνεται η μορφή της πτώσης της στατικής πίεσης κατά μήκος του αγωγού. Στην ελάχιστη πίεση θα συναντήσουμε την μέγιστη ταχύτητα. Βλέπουμε στο κάτω μέρος της εικόνας την βέλτιστη θέση μέτρησης της απόλυτης πίεσης. Η θέση αυτή πρέπει να δίδει την πραγματική διαφορά πίεσης των ακραίων τιμών της και εξαρτάται από την διάμετρο, την ταχύτητα, την μορφή του διαφράγματος και τον αριθμό Reynolds. Η ακριβής θέση της μέτρησης της απόλυτης πίεσης είναι αντικείμενο εκτενούς εργαστηριακής και υπολογιστικής ανάλυσης και επηρεάζει δραστικά την ακρίβεια της μεθόδου.

Η [7.18] περιγράφει το ισοζύγιο ενεργειών για οποιαδήποτε στένωση σε έναν αγωγό.

Εάν στη διάταξη της εικόνας 7.1 αντί του όγκου V_2 παρατηρήσουμε τον όγκο V_1, τότε ισχύει η ισότητα της ενθαλπίας στις διατομές I και III με μεγαλύτερη ακρίβεια επειδή οι ταχύτητες στην διατομή εισόδου A_I και εξόδου A_{III} (μακρυά από το διάφραγμα) διαφέρουν ολιγώτερο μεταξύ τους:

$$w_I \approx w_{III} \rightarrow u_I + \frac{p_I}{\varrho_I} = u_{III} + \frac{p_{III}}{\varrho_{III}} \Rightarrow h_I = h_{III} \tag{7.19}$$

Ο αδιαβατικός στραγγαλισμός είναι ισενθαλπική διαδικασία.

Για ικανοποιητικά μεγάλο μήκος σωλήνα και υπό την παραδοχή σταθερού προφίλ ταχύτητας οι ταχύτητες $w_{1\,,I}$ και $w_{1\,,III}$ είναι σύμφωνα με την [7.19], την [7.18] και την συνθήκη συντήρησης της μάζας $\dot{m}_{1\,,I} = \dot{m}_{1\,,III}$ ίσες:

$$\begin{aligned} \dot{m}_{1\,,I} &= \dot{m}_{1\,,III} = \varrho_I\, A_I\, w_{1\,,I} = \varrho_{III}\, A_{III}\, w_{1\,,III}, \quad A_I = A_{III} \Rightarrow \\ \Rightarrow w_{1,\,I} &= w_{1,\,III} \end{aligned} \tag{7.20}$$

Κατά την διέλευση του αέρα μέσα από τον σωλήνα ανάμεσα στις διατομές I και III κοντά στο διάφραγμα δημιουργούνται στρόβιλοι, πράγμα που εκφράζεται στον τανυστή t_{ij} με διατμητικές συντεταγμένες. Οι συτεταγμένες αυτές δεν επηρεάζουν την [7.19], διότι οι αντίστοιχες διατμητικές τάσεις δεν παράγουν έργο στο περίβλημα του όγκου ελέγχου V_1.

Στρόβιλοι και συνεκτικές δυνάμεις του μέσου στον ενδιάμεσο χώρο των διατομών I και III (π.χ. στην διατομή II) προκαλούν αύξηση της ενθαλπίας h κατά την επιβράδυνση και μείωσή της κατά την επιτάχυνση του αερίου, διαδικασία που περιγράφεται από την [7.18].

Ο υπολογισμός της παρεχόμενης μάζας αέρα με την [7.18] αποδίδει για ατμοσφαιρικό αέρα ικανοποιητικά αποτελέσματα θεωρώντας μηδενικές θερμικές απώλειες. Η απόκλιση

για ευθυγραμισμένη ροή σε χρονικά αμετάβλητες συνθήκες δεν υπερβαίνει συνήθως τις ± 5 ποσοστιαίες μονάδες (ακριβής υπολογισμός βάσει του προτύπου ISO 5167 βλ.[2]). Η ταχύτητα $w_{1\,,II}$ υπολογίζεται από τις [7.18] και [7.17]:

$$\begin{aligned} &\dot{m}_I = \varrho_I\, \dot{V}_I = \dot{m}_{II} = \varrho_{II}\, \dot{V}_{II} = \dot{m}_{III} = \varrho_{III}\, \dot{V}_{III} \\ &\Rightarrow \varrho_I\, A_I\, w_{1,I} = \varrho_{II}\, A_{II}\, w_{1,II} = \varrho_{III}\, A_{III}\, w_{1,III} \end{aligned} \tag{7.21}$$

Και με $\varrho_I = \varrho_{II} = \varrho$:

$$A_I\, w_{1,I} = A_{II}\, w_{1,II} \tag{7.22}$$

προκύπτει:

$$w_{1\,,II} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{A_{II}}{A_I}\right)^2}} \sqrt{\frac{2}{\varrho}\, \Delta p}\,, \qquad \Delta p = (p_I - p_{II}) \tag{7.23}$$

Ο όγκος του διερχόμενου αέρα και η μάζα υπολογίζονται από την ταχύτητα $w_{1\,,II}$ της [7.23] και την επιφάνεια A_{II} :

$$\dot{m}_{II} = \varrho\, \dot{V}_{II} = \varrho\, w_{1\,,II}\, A_{II} \tag{7.24}$$

Την πυκνότητα υπολογίζουμε από την καταστατική εξίσωση του ιδανικού αερίου. Ο υπολογισμός αυτός είναι στοιχειώδης και δεν θα επεκταθούμε.

7.2 Μέτρηση ταχύτητας με σωλήνες Pitot και Prandtl

Το ισοζύγιο ενεργειών που περιγράφει η εξίσωση [7.18] ισχύει ανεξαρτήτως μεγέθους όγκου ελέγχου. Για έναν μικρό όγκο, όπως για παράδειγμα στο άκρο του σωλήνα Prandtl στο σχήμα 7.4, ισχύει για την κατάσταση ανακοπής, όπως έχει περιγραφεί οπό την 2.1 στην παράγραφο 2:

$$h + \frac{1}{2} w_1^2 = u + \frac{p}{\varrho} + \frac{1}{2} w_1^2 = const. \tag{7.25}$$

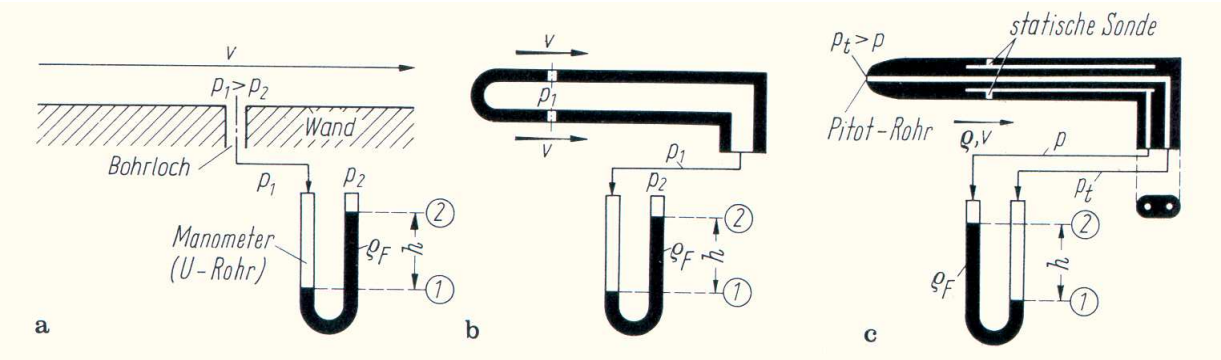
Θεωρούμε αδιαβατική μεταβολή με $\dot{q}\ dt = du = 0 \Rightarrow u = const.$ Η [7.25] γίνεται:

$$\frac{p}{\varrho} + \frac{1}{2} w_1^2 = \frac{p_t}{\varrho} \tag{7.26}$$

Ο πρώτος όρος της αριστερής πλευράς της [7.26] εξαρτάται από την (ειδική) στατική πίεση, ενώ ο δεύτερος περιγράφει την κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου που προσκρούουν στην επιφάνεια του στομίου του σωλήνα· η «ολική» ή «δυναμική» πίεση είναι ανάλογο μέγεθος με την δυναμική ενέργεια (τα μικρά γράμματα συμβολίζουν μεγέθη ανηγμένα στη μάζα). Θα θυμηθούμε από την παράγραφο 2.6, ότι η πίεση είναι η μέση κινητική ενέργεια **όλων** των μορίων του όγκου που παρατηρούμε. Αυτή η πίεση είναι εδώ η στατική $\frac{p}{\varrho}$ και σε αυτήν προστίθεται η πίεση που προκαλείται από τις κρούσεις $\frac{1}{2} w_1^2$. Η δεξιά πλευρά της [7.26] εξαρτάται από την ολική πίεση στο στόμιο του σωλήνα. Το άκρο του σωλήνα Prandtl αντιλαμβάνεται το άθροισμά τους στο σχήμα 7.4 γ), ενώ στο μανόμετρο ύδατος αφαιρείται από το άθροισμα η στατική με αποτέλεσμα να λαμβάνουμε απ΄ ευθείας από την [7.26] μέγεθος ανάλογο με το τετράγωνο της ταχύτητας $v = w_1$ στο σημείο του στομίου του σωλήνα Prandtl:

$$w_1 = \sqrt{\frac{2}{\varrho}\ (p_t - p)} \tag{7.27}$$

Η μέτρηση με σωλήνες Prandtl είναι λιγότερο απαιτητική από άλλες, έχει όμως το μειονέκτημα, ότι δεν αποδίδει την ροή μάζας σε ολόκληρη την διατομή ενός σωλήνα παροχής παρά είναι μόνον σημειακή μέτρηση ταχύτητας και λειτουργεί ικανοποιητικά μόνον για ροές με αριθμούς Reynolds μεταξύ 10^4 και 10^5. Για να μετρηθεί η ροή σε αγωγό με σωλήνα Prandtl θα πρέπει να ληφθεί ακτινικά ολόκληρο το προφίλ της ταχύτητας και να ολοκληρωθεί στην κατεύθυνση της ακτίνας της επιφάνειας διατομής του.



Σχήμα 7.4: α)Μέτρηση στατικής πίεσης σε τοιχώματα, β)Μέτρηση στατικής πίεσης σε σημείο του χώρου, γ)Σωλήνας Pitot στο κέντρο του οργάνου με συνδυασμό δεύτερου σωλήνα που περιβάλλει τον πρώτο. Το σύστημα ονομάζεται «Σωλήνας Prandtl»

Βιβλιογραφία

[1] System International d' Unites - Bureau International des Poids et Mesures, "The International System of Units", 8th edition 2006

[2] ISO/DIS 5167-1:2003, Measurement of fluid flow in circular cross-section conduits running full using pressure differential devices, Part 1, General

[3] ISO/DIS 5167-2:2003, Measurement of fluid flow in circular cross-section conduits running full using pressure differential devices, Part 2, Orifice plates

[4] ISO/DIS 5167-3:2003, Measurement of fluid flow in circular cross-section conduits running full using pressure differential devices, Part 2, Nozzles and Venturi nozzles

[5] Transactions in Measurement and Control, Volume IV, Flow and Level Measurement, Newport Omega Corp.

[6] Feynman R., Leighton R., Sands M., The Feynman Lectures on Physics, Vol. I, Adison-Wesley Publishing Company, Feb. 1977

[7] Leonard B. Loeb, The kinetic Theory of Gases, Dover Publications 1961

[8] Ingo Mueller, Grundzuege der Thermodynamik mit historischen Anmerkungen, Springer 2001

[9] Ingo Mueller, Thermodynamics, Pitman, New York (1985)

[10] David Goodstein, States of Matter, Dover Publications 2002

[11] Ingo Mueller, Entropy and Energy, Springer 2005

[12] W.E. Knowles Middleton, A History of the Thermometer and its Use in Meteorology, Johns Hopkins Press, Baltimore, Md. (1966)

[13] E.M. Greitzer, C.S. Graf, M.B. Graf, Internal Flow, Concepts and Applications, Cambridge University Press 2004

[14] J.D. Anderson, Modern Compressible Flow: With historical Perspective, Third Edition 2004, McGraw-Hill Series in Aeronautical and Aerospace Engineering

[15] Safa Kasap, Thermoelectric effects in Metals: Thermocouples, 1997-2001, An e-booklet

[16] An Introduction to Micromechanical Systems Engineering, Nadim Maluf, Artech House MEMS Library